

# MATEMATIKA+

MXMVD17C0T01

## DIDAKTICKÝ TEST

**Maximální bodové hodnocení: 50 bodů**  
**Hranice úspěšnosti: 33 %**

### 1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje **23 úloh**.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píše do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

### 2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

### 2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.

1



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

### 2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

17

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

17

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

**1 bod**

- 1** Množinu všech dělitelů čísla 12 označme A.  
Množinu všech reálných čísel, pro která platí  $0 < |x - 4| \leq 2$ , označme B.

**Určete**  $A \cap B$ .

---

**max. 2 body**

- 2** Pro  $n \in \mathbb{N}$  upravte výraz:  
 $(n^0 + 2n^{-1} + n^{-2}) \cdot (n + 1)^{-1} =$
- 

**max. 2 body**

- 3** Je dána rovnice s neznámou  $x \in \mathbb{R}$  a parametrem  $a \in \mathbb{R}$ :  
 $3x^2 - 6x = ax^2 - 1$

**Určete všechny hodnoty parametru  $a$ , pro něž má rovnice právě jedno řešení.**

#### VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Kladná čísla  $g, h$  se liší o 33. Číslo  $g$  je o 20 % větší než neznámé číslo  $x$ , neznámé číslo  $x$  je o 20 % větší než číslo  $h$ .

(CZVV)

**max. 2 body**

**4** Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte neznámé číslo  $x$ .**

**V záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení.**

---

**max. 2 body**

**5** **V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:**

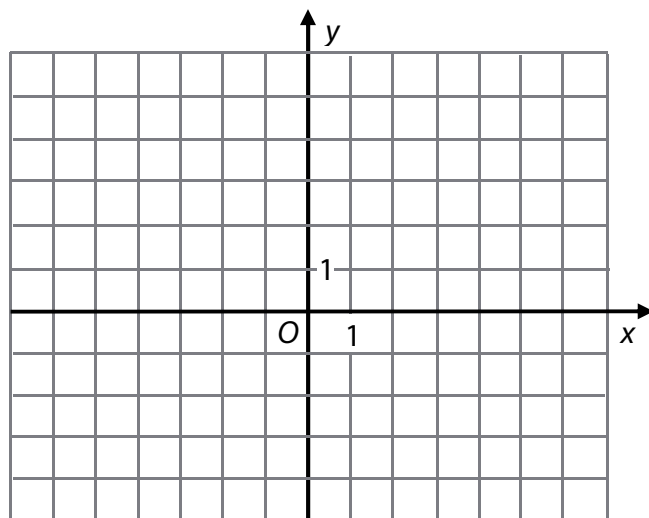
$$\log_3 x + \log_3 \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{3}} 3 + 1$$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Kvadratická funkce  $f$  je sudá,

$$f(1) = 1$$

a graf funkce  $f$  má právě jeden společný bod s grafem funkce  $g: y = \cos x - 2$ .



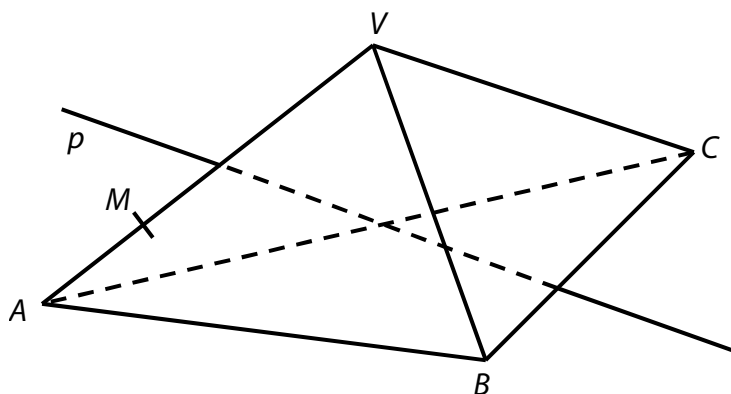
(CZVV)

1 bod

6 Zapište předpis funkce  $f$ .

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V trojbokém jehlanu  $ABCV$  je na hraně  $AV$  umístěn bod  $M$ . Přímka  $p$  leží v rovině  $ABC$ .



(CZVV)

max. 2 body

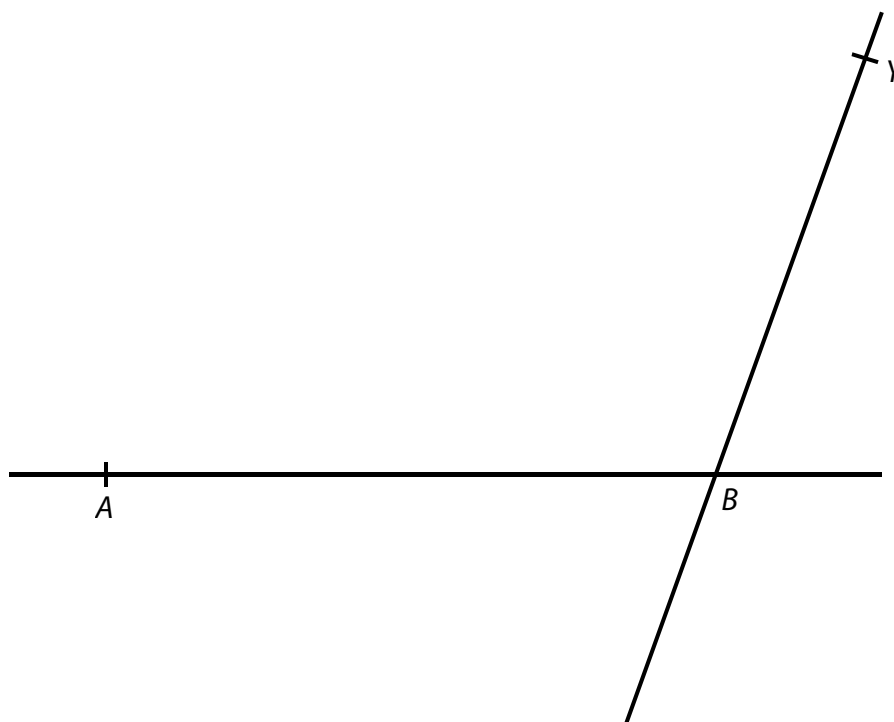
7 Sestrojte řez jehlanu  $ABCV$  rovinou  $pM$ .

Vrcholy mnohoúhelníku tvořícího řez označte  $M, N, O, \dots$  a řez vyšrafujte.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body  $A, B, Y$ .



(CZVV)

**max. 3 body**

- 8** Vrchol  $C$  lichoběžníku  $ABCD$  se základnami  $AB$  a  $CD$  leží na polopřímce  $BY$ , úhly  $BCD$  a  $ADB$  mají stejnou velikost a výška  $v$  lichoběžníku je polovinou délky strany  $AB$ .
- 8.1 **Vytvořte náčrtek lichoběžníku  $ABCD$  a proveďte rozbor nebo popis konstrukce chybějících vrcholů  $C, D$ .**

- 8.2 **V obrázku sestrojte chybějící vrcholy  $C, D$  lichoběžníku  $ABCD$  a lichoběžník narýsujte. Najděte všechna řešení.**

**V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky propisovací tužkou.**

9 Deseticiferné číslo má být sestaveno ze stejného počtu pětiek a nul.

**Vypočtete, kolik různých lichých čísel lze uvedeným způsobem sestavit.**

**V záznamovém archu** uveďte stručný **postup řešení**.

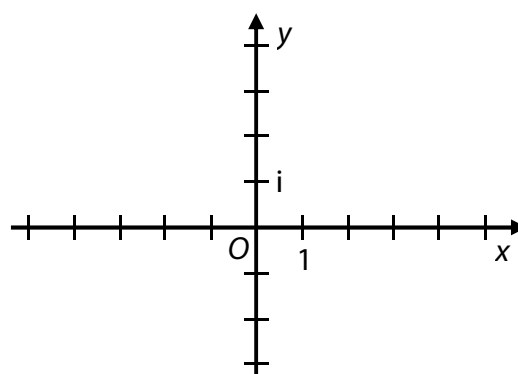
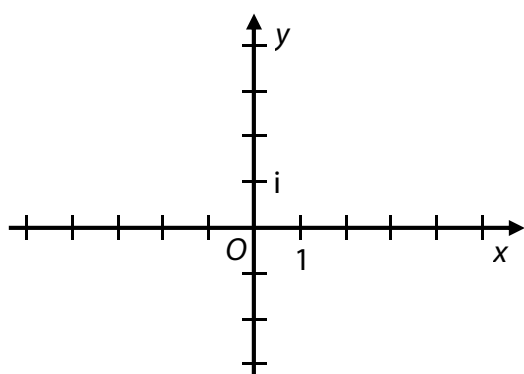
**max. 2 body**

10 **V Gaussově rovině** zobrazte množinu všech komplexních čísel  $z$ , pro něž platí:

10.1  $|z| = |-3i|$

10.2  $z + \bar{z} = -2$

( $z$  a  $\bar{z}$  jsou komplexní sdružená čísla)

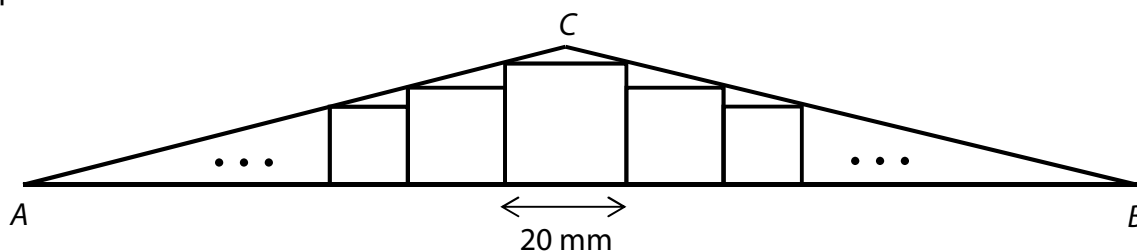


**V záznamovém archu** obtáhněte množiny **propisovací tužkou**.

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Do rovnoramenného trojúhelníku  $ABC$  je vepsáno nekonečně mnoho čtverců. Jedna strana každého čtverce leží na základně  $AB$  trojúhelníku. Čtverce se vzájemně dotýkají.

Největší čtverec s délkou strany 20 mm je umístěn tak, že osa trojúhelníku je současně osou čtverce. Každé dva sousední čtverce mají jeden společný vrchol a délky jejich stran jsou v poměru 5 : 4.



(CZVV)

max. 3 body

**11** Vypočtěte v  $\text{mm}^2$  obsah trojúhelníku  $ABC$ .

**V záznamovém archu** uveďte celý postup řešení.

## VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Posloupnost obsahuje  $n$  po sobě jdoucích celých čísel  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , z nichž nejmenší je  $a_1$ .

Platí:  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n$ , kde  $n \in \mathbf{N}$ .

(CZV)

**max. 4 body**

**12**

12.1 **Pro  $n = 15$  vypočtěte  $a_1$ .**

12.2 **Určete  $n$ , jestliže je  $a_1 = -20$ .**

12.3 **Vyjádřete  $a_1$  v závislosti na  $n$  a uveďte množinu všech  $n$ , pro něž daná posloupnost existuje.**

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu celý postup řešení.**



**13** Přiřadte ke každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru  $\mathbb{R}$ .

13.1  $\frac{3-x}{9-x^2} \geq 0$  \_\_\_\_\_

13.2  $\sqrt{9x-27} = 3 \cdot \sqrt{x-3}$  \_\_\_\_\_

13.3  $125 \leq 0,2^{x-6}$  \_\_\_\_\_

- A)  $\langle 3; +\infty$
- B)  $(3; +\infty)$
- C)  $(-\infty; 3)$
- D)  $(-\infty; 3)$
- E)  $(-3; 3) \cup (3; +\infty)$
- F) jiná množina

max. 3 body

14 Je dán bod  $A[4; 1]$  a dvě kružnice:

$$k: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

$$l: (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

**Ke každé otázce (14.1–14.3) přiřadte správnou odpověď (A–F).**

14.1 Kolik společných bodů mají kružnice  $k$  a  $l$ ? \_\_\_\_\_

14.2 Kolik společných tečen mají kružnice  $k$  a  $l$ ? \_\_\_\_\_

14.3 Kolik tečen lze vést ke kružnici  $l$  z bodu  $A$ ? \_\_\_\_\_

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

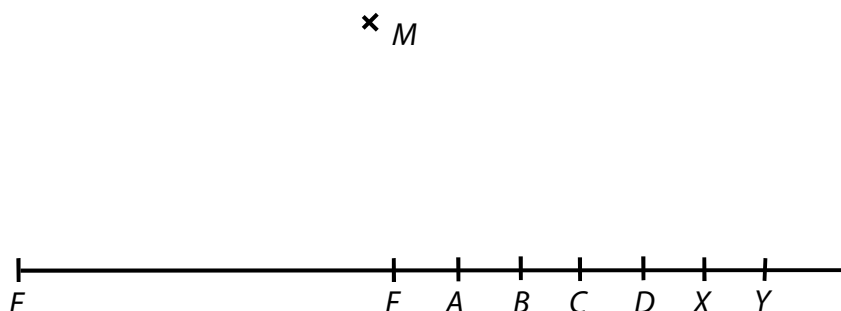
E) 4

F) jiný počet

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Na polopřímce  $EF$  leží body  $A, B, C, D, X, Y$  a mimo ni bod  $M$ .

Uvažujme elipsu s ohnisky  $E, F$ , která prochází bodem  $M$ .



(CZVV)

**2 body**

**15 Kde se nachází průsečík elipsy a polopřímky  $EY$ ?**

Doporučení: Řešte v obrázku konstrukčně.

- A) na úsečce  $AB$
- B) na úsečce  $BC$
- C) na úsečce  $CD$
- D) na úsečce  $DX$
- E) na polopřímce  $XY$

**2 body**

**16** Tři přímky  $p, q$  a  $r$  jsou vzájemně rovnoběžné.

Přímka  $p$  prochází body  $A[3; -1]$  a  $B[4; 1]$ ,

$q: ax - 2y + 3 = 0; a \in \mathbf{R}$ ,

$r: y = bx - 1; b \in \mathbf{R}$ .

**Jaký je součet  $a + b$ ?**

- A)  $-2$
- B)  $0$
- C)  $3,5$
- D)  $5,5$
- E)  $6$

17 Pro  $n \in \mathbf{N}$  a  $x, y \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$  je dán výraz:

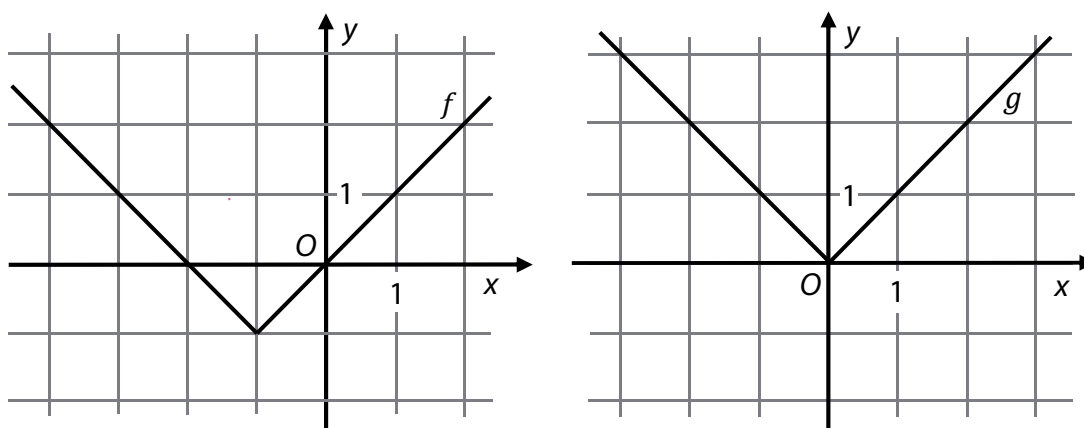
$$V = (-1)^{2n+3} \cdot x^{4n-2} \cdot y^{6n+3}$$

$V > 0$ , právě když platí:

- A)  $x < 0$
- B)  $x > 0$
- C)  $y < 0$
- D)  $y > 0$
- E)  $x \cdot y < 0$

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  jsou sestrojeny grafy funkcí  $f$  a  $g$  s definičním oborem  $\mathbf{R}$ .



(CZVV)

2 body

18 Která z následujících rovností platí pro všechna  $x \in \mathbf{R}$ ?

- A)  $g(x) = f(x - 1) - 1$
- B)  $g(x) = f(x + 1) - 1$
- C)  $g(x) = f(x + 1) + 1$
- D)  $g(x) = f(x - 1) + 1$
- E)  $g(x) = f(x) + \sqrt{2}$

2 body

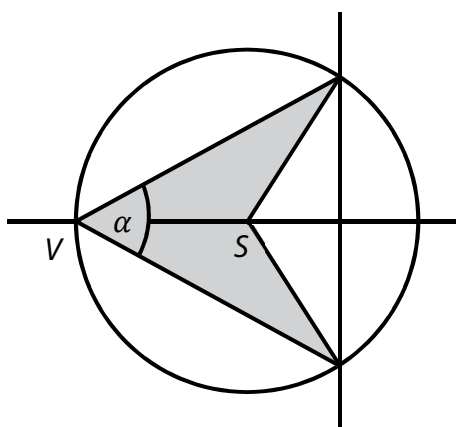
19 Kolik řešení má rovnice  $\operatorname{tg} 2x = 0$  v oboru  $\langle 0; 2\pi \rangle$ ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 5

---

**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20**

Do kružnice se středem  $S$  a poloměrem 10 cm je vepsán tmavý osově souměrný obrazec. Pro velikost jeho vnitřního úhlu při vrcholu  $V$  platí:  $\cos \alpha = 0,6$ .



(CZVV)

2 body

20 Jaký je obsah tmavého obrazce?

- A) menší než  $60 \text{ cm}^2$
- B)  $60 \text{ cm}^2$
- C)  $75 \text{ cm}^2$
- D)  $80 \text{ cm}^2$
- E) větší než  $80 \text{ cm}^2$

**2 body**

- 21** Velikosti ostrých úhlů v pravoúhlém trojúhelníku jsou v poměru 3 : 4.  
Kratší odvěsna měří 100 cm.

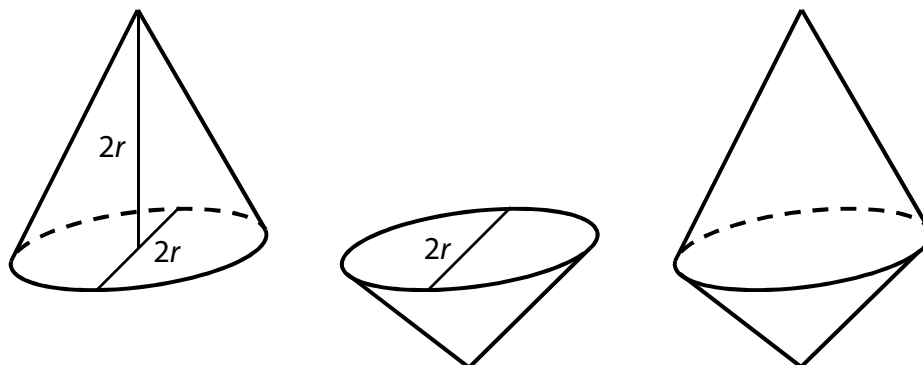
**Kolik cm měří delší odvěsna?**

Výsledek v cm je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) 125 cm
- B) 133 cm
- C) 141 cm
- D) 150 cm
- E) jiný počet cm

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Těleso se skládá ze dvou kuželů se společnou podstavou.  
V prvním kuželi je výška stejná jako průměr podstavy. Druhý kužel má poloviční objem, než je objem prvního kužele.



(CZVV)

**2 body**

### 22 Jaký je povrch tělesa?

- A)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \pi r^2$
- B)  $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot \pi r^2$
- C)  $(1 + \sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \pi r^2$
- D)  $1,5\sqrt{5} \cdot \pi r^2$
- E) jiný povrch

### VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 23

V tabulce jsou uvedeny výsledky soutěží ve dvou různě početných skupinách A a B. Každý soutěžící mohl získat 0–4 body. Některé údaje v tabulce chybí, avšak víme: V tabulce četností bude v každém řádku 5 různých čísel, ve sloupcích bude vždy ve skupině B číslo o 2 větší než ve skupině A.

Skupina	Počet bodů	0	1	2	3	4	Aritmetický průměr	Medián	Modus
A	Četnost	2	0	8				2,5	4
B		4	2						

(CZVV)

max. 3 body

**23 Po doplnění potřebných údajů rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

- |  | A                        | N                        |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 U skupiny A je aritmetický průměr větší než medián. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.2 U skupiny B je medián 2,5.                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.3 U skupiny B je aritmetický průměr 2,5.              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

---

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

---