

MATEMATIKA+

MXMVD16C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku se neudělují záporné body.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte modře nebo černě píšící propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

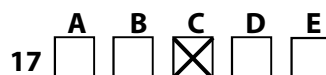
- Výsledky pište čitelně do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole nebudou hodnoceny.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYNI!

1 bod

- 1** Množina $M = \{-93, -92, -91, \dots, 56\}$ obsahuje 150 po sobě jdoucích celých čísel.

Uvedte počet všech čísel množiny M , jejichž absolutní hodnota patří rovněž do množiny M .

max. 2 body

- 2** V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\sqrt{6-x} = -x$$

max. 2 body

- 3** V oboru \mathbb{N} řešte:

$$\binom{n+1}{n-1} = 90n$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Členové kapely si pořídili aparaturu za 13 500 Kč. Všichni na nákup přispěli stejnou částkou. Kdyby jim vypomohl ještě fanoušek Jarda a celkovou částku si rovnocenně rozdělili i s ním, každému z členů kapely by se náklady snížily o 450 Kč.

(CZVV)

max. 3 body

4 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik členů má kapela.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

1 bod

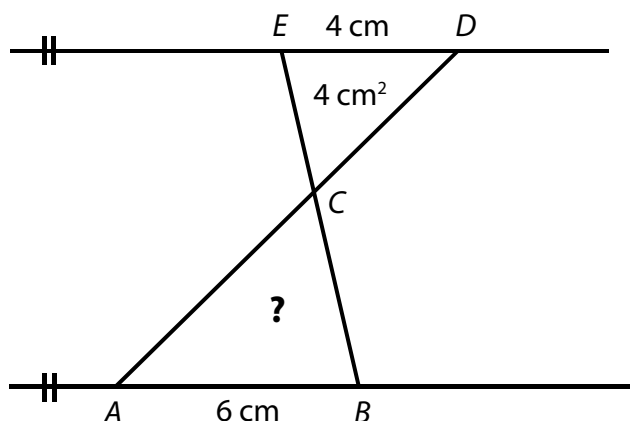
5 Je dána funkce f s proměnnou $x \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$:

$$f(x) = \frac{x+k}{4x-12} + \frac{x}{x-3}$$

Určete reálné číslo k , pro které je funkce f konstantní.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Platí: $AB \parallel DE$, $C \in AD \cap BE$, $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|DE| = 4 \text{ cm}$, $S_{\triangle CDE} = 4 \text{ cm}^2$.



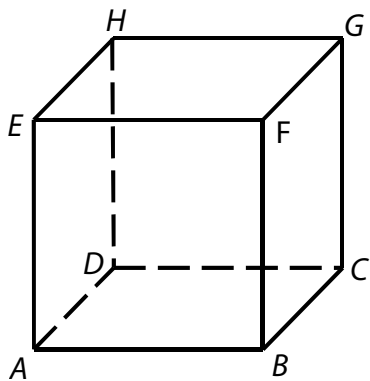
(CZVV)

1 bod

6 Vypočtěte $S_{\triangle ABC}$ (obsah trojúhelníku ABC).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Délka hrany krychle $ABCDEFGH$ je 4 cm.



(CZVV)

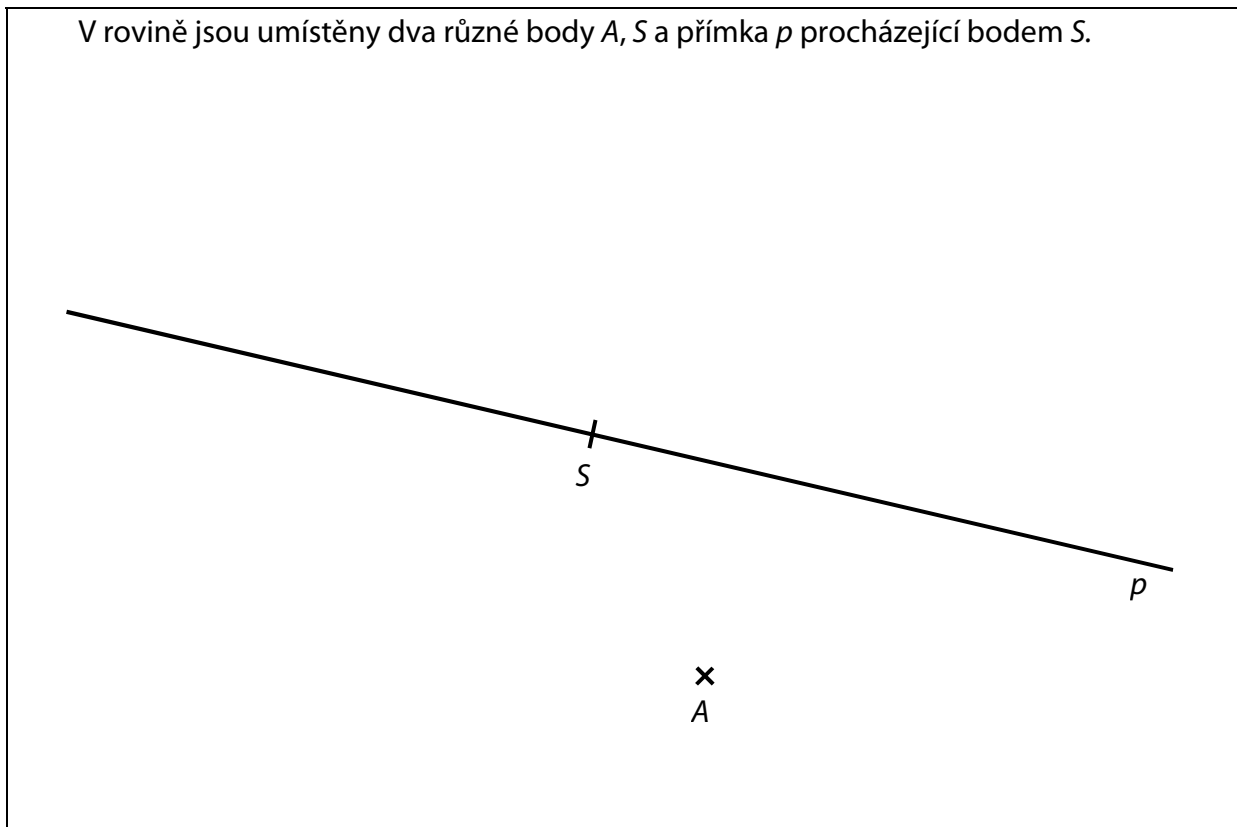
max. 2 body

7 Vypočtěte vzdálenost d bodu A od přímky FH . Nezaokrouhľujte.

V záznamovém archu uveďte náčrtek situace a postup řešení. Čáry obtáhněte propisovací tužkou.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině jsou umístěny dva různé body A, S a přímka p procházející bodem S .



(CZVV)

max. 3 body

- 8** Sestrojte rovnoběžník $ABCD$ se středem S , jehož úhlopříčka BD leží na přímce p a vnitřní úhel při vrcholu B má velikost $\beta = 60^\circ$.
- 8.1 **Provedte náčrtek rovnoběžníku $ABCD$ a запиšte rozbor nebo postup konstrukce.**

8.2 **Provedte konstrukci rovnoběžníku $ABCD$.**

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky propisovací tužkou.

1 bod

- 9** Každý bod paraboly \mathcal{P} má stejnou vzdálenost od bodu $F[4; 2]$ a od souřadnicové osy x .

Zapište rovnici tečny t paraboly \mathcal{P} v jejím vrcholu.

max. 3 body

10 V trojúhelníku ABC s těžištěm T platí:

$$\vec{AT} = (5; 1), T[3; 4], C[5; 2].$$

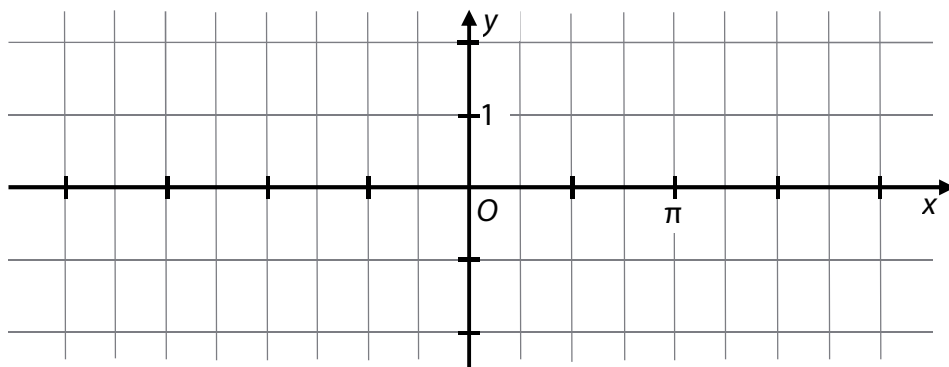
Vypočtěte souřadnice zbývajících vrcholů A, B trojúhelníku ABC .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

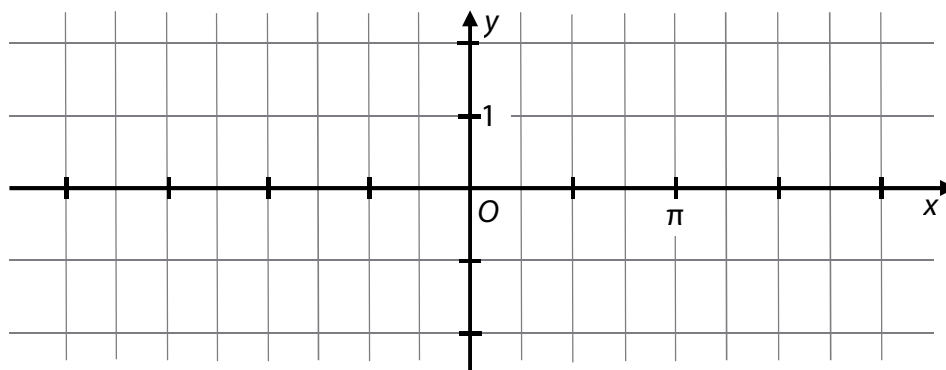
11 Sestrojte grafy funkcí f a g pro $x \in \langle -2\pi; 2\pi \rangle$.

V záznamovém archu obtáhněte grafy **propisovací tužkou**.

11.1 $f: y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



11.2 $g: y = \sin \frac{x}{2}$



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Jsou dány dvě nekonečné řady:

$$a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n + \dots$$

$$b - b^2 + b^3 - b^4 + \dots + (-1)^{n+1}b^n + \dots$$

Uvažujme takové dvojice hodnot $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$ a $b \in (0; 1)$, pro něž mají obě řady **stejný součet s** .

(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 **Vypočtete b , jestliže je $a = \frac{1}{6}$.**

12.2 **Vyjádřete b v závislosti na a .**

12.3 **Vypočtete součet s , jestliže je $b = 2a$.**

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu celý postup řešení**.

13 Ke každé rovnici (13.1–13.3) řešené v oboru \mathbb{R} přiřadte interval (A–F), do něhož patří řešení dané rovnice.

13.1 $|5 + x| = -x$ _____

13.2 $3^{\log(x-2)} = 1$ _____

13.3 $2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2^0 = 0$ _____

A) $(-\infty; -3)$

B) $\langle -3; -1)$

C) $\langle -1; 1)$

D) $\langle 1; 2)$

E) $\langle 2; 4)$

F) $\langle 4; +\infty)$

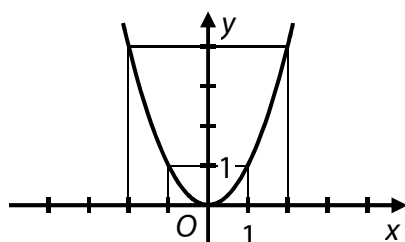
14 Přiradte ke každému předpisu reálné funkce (14.1–14.3) odpovídající graf funkce (A–F).

14.1 $y = \frac{-x^2}{2}$ _____

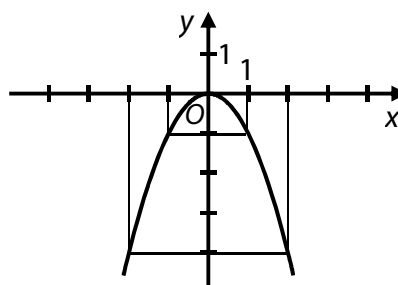
14.2 $y = -\left(\frac{-x}{2}\right)^2$ _____

14.3 $y = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{-2} \cdot x\right)^2$ _____

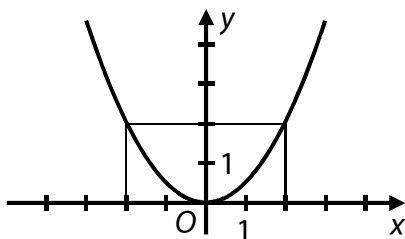
A)



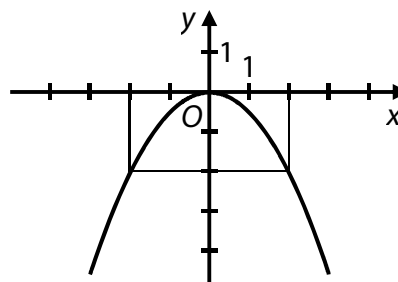
B)



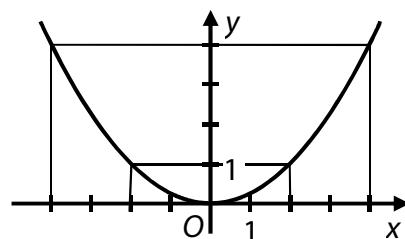
C)



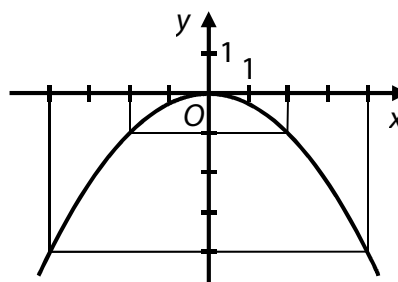
D)



E)



F)



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Jsou uvedeny postupy řešení tří nerovnic I, II a III v oboru \mathbf{R} .

I: $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$

Postup řešení:

Definiční obor nerovnice: \mathbf{R}^+

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$$

$$x \geq 5$$

$$\underline{\underline{K_I = (5; \infty)}}$$

III: $\frac{x}{x-1} < 0$

Postup řešení:

Definiční obor nerovnice: $\mathbf{R} \setminus \{1\}$

$$\frac{x}{x-1} < 0$$

$$x < 0$$

$$\underline{\underline{K_{III} = (-\infty; 0)}}$$

II: $x^2 > x$

Postup řešení:

Definiční obor nerovnice: \mathbf{R}

$$x^2 > x$$

$$x > 1$$

$$\underline{\underline{K_{II} = (1; \infty)}}$$

(CZV)

2 body

15 U které nerovnice je v uvedeném postupu řešení chyba?

- A) pouze u jedné ze tří nerovnic
- B) u I a II
- C) u I a III
- D) u II a III
- E) u I, II a III

2 body

16 Který z uvedených výrazů je pro některé hodnoty proměnné $x \in \mathbf{R}$ kladný?

- A) $\sqrt{x^2} - x$
- B) $x \cdot |x| - x^2$
- C) $|x| \cdot |x+1| - |x^2 + x|$
- D) $|2x^3| \cdot x - |2x| \cdot x^3$
- E) $\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot |x| - \left| \frac{x}{2} \right|$

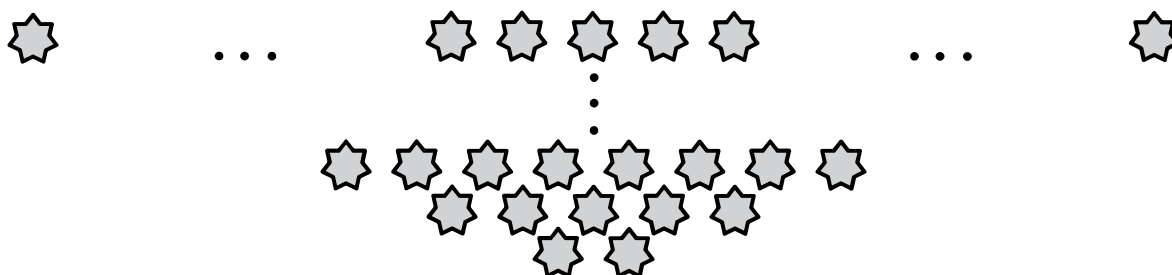
17 U kterého výrazu platí, že jeho hodnota nepatří do oboru \mathbb{R} ?

(Číslo i je imaginární jednotka.)

- A) $(2 + i)(2 - i)$
- B) $\pi \cdot i^{16}$
- C) $\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2}\right)^2$
- D) $\left(\frac{1}{i-1}\right)^2$
- E) $i + \frac{1}{i}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Hvězdičky jsou v obrázci umístěny v řadách nad sebou. Počty hvězdiček v jednotlivých řadách tvoří konečnou aritmetickou posloupnost. V nejkratší řadě jsou dvě hvězdičky. Počet hvězdiček v nejdelší řadě je o 99 větší než počet všech řad.



(CZVV)

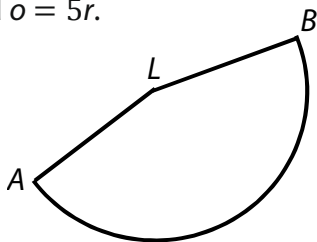
2 body

18 Kolik hvězdiček obsahuje celý obrazec?

- A) méně než 3 775
- B) 3 775
- C) 3 876
- D) více než 3 876
- E) Úloha nemá řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Z kruhu se středem L a poloměrem $r = 6$ cm je oddělena kruhová výseč, která má obvod $o = 5r$.



(CZVV)

2 body

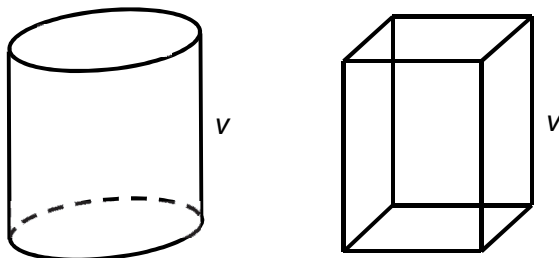
19 Jaký je obsah kruhové výseče?

- A) 15π cm²
- B) 54 cm²
- C) 18π cm²
- D) 108 cm²
- E) jiný obsah

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Je dán rotační váleček a kvádr se čtvercovou podstavou. Obě tělesa mají stejnou výšku v a stejný obsah pláště S_{pl} .

Objem válce je k -krát větší než objem pravidelného čtyřbokého hranolu.



(CZVV)

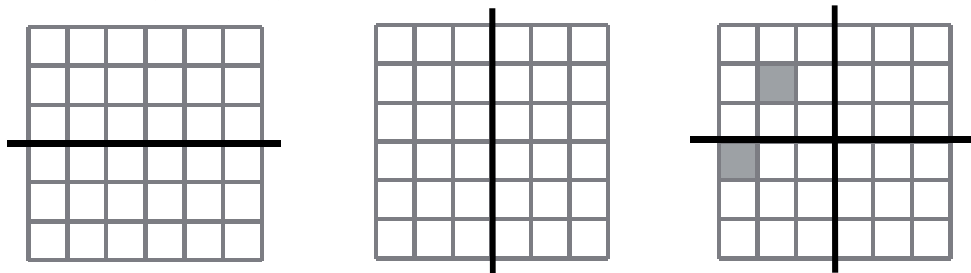
2 body

20 Jaká je hodnota násobku k ?

- A) 2π
- B) $\frac{2}{\pi}$
- C) $\frac{4}{\pi}$
- D) $\frac{2}{\pi^2}$
- E) $\frac{4}{\pi^2}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Čtvercová síť má 6×6 polí. Uvažujme dělení čtvercové sítě na poloviny a čtvrtiny pouze způsoby uvedenými na obrázcích. Do čtvercové sítě se umístí dvě tmavá pole.



(CZVV)

2 body

21 Kolika způsoby je možné do čtvercové sítě umístit dvě tmavá pole tak, aby byla v téže polovině, ale nebyla ve stejné čtvrtině?

- A) 54
- B) 72
- C) 324
- D) 486
- E) 729

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 22

V hotelu je 10 hostů. V tabulce je uvedeno, zda se domluví, či nedomluví anglicky nebo francouzsky.

	domluví se francouzsky	nedomluví se francouzsky
domluví se anglicky	2	3
nedomluví se anglicky	1	4

(CZVV)

2 body

22 Jaká je pravděpodobnost, že se spolu domluví anglicky nebo francouzsky dva náhodně vybraní hosté?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{3}{5}$
- C) $\frac{3}{10}$
- D) $\frac{4}{15}$
- E) jiná pravděpodobnost

max. 3 body

23 Hyperbola je dána rovnicí $(x + 4)^2 - y^2 = 16$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
23.1 Hyperbola má se souřadnicovou osou y právě jeden společný bod.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 Vzdálenost obou vrcholů hyperboly je 8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 Přímka $p: y = x$ má s hyperbolou právě jeden společný bod.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
