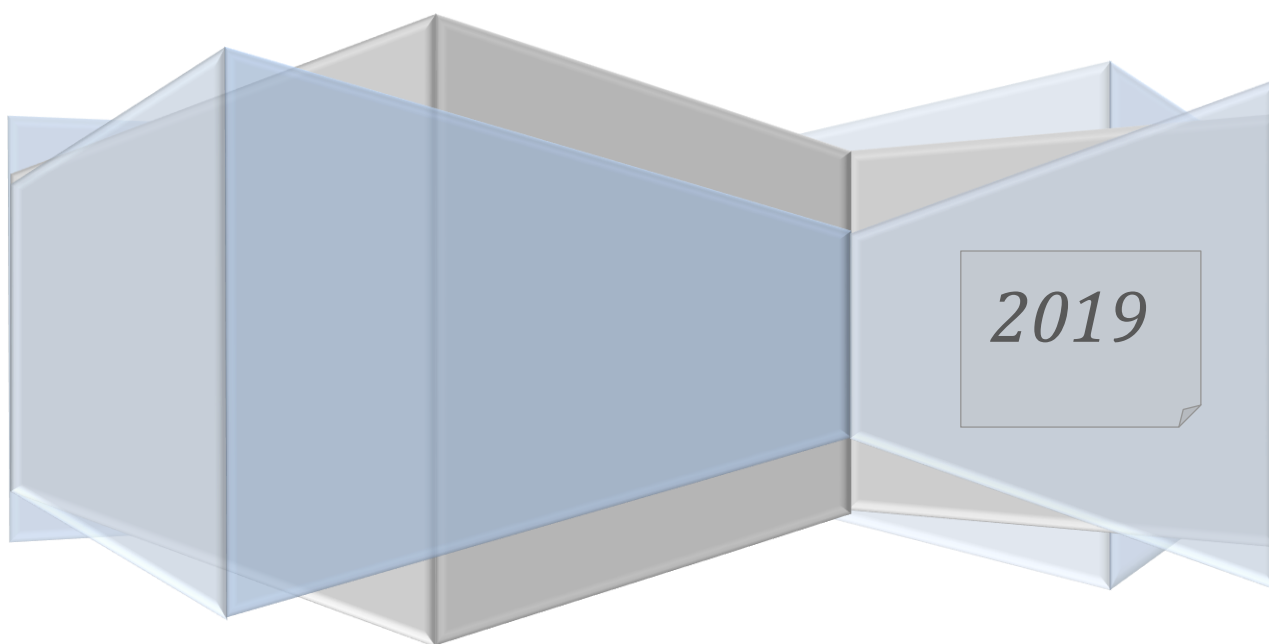


HODNOTÍCÍ ZPRÁVA MATEMATIKA+ 2019

Pokusné ověřování obsahu, formy, organizace a hodnocení výběrové zkoušky
ze středoškolské matematiky v roce 2019

Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání



HODNOTÍCÍ ZPRÁVA O VÝSLEDČÍCH POKUSNÉHO OVĚŘOVÁNÍ OBSAHU, FORMY, ORGANIZACE A HODNOCENÍ VÝBĚROVÉ ZKOUŠKY ZE STŘEDOŠKOLSKÉ MATEMATIKY v roce 2019

Obsah

Úvod	4
Záměr.....	4
Cíle	4
Východiska.....	5
Legislativní vymezení.....	5
Obsahová část	5
Základní vymezení zkoušky	5
Testy – jejich složení a obtížnost	8
Organizace.....	9
Harmonogram přípravy a realizace	9
Informační podpora.....	10
Režim přihlašování	11
Metodická podpora	11
Logistika a technologie	11
Hodnocení žákovských zápisů řešení didaktických testů	16
Ocenění škol a žáků s nejlepšími výsledky z MATEMATIKY+ v Senátu	17
Analytická data	18
Přihlášky a výsledky	18
Zájem škol.....	20
Realizace zkoušky	21
Rozložení výsledků	22
Výsledky podle studijních oborů	23
Známkování	24
Proč dobrá známka z matematiky ve společné části MZ nemusí garantovat dobré studijní výsledky na VŠ?	30
Didaktický test MATEMATIKA+.....	31
Ukázky úloh s komentářem a výstupy z položkové analýzy	32
Zhodnocení pilotního projektu.....	51
Shrnutí	51
Naplnění cílů.....	52

Ekonomika	54
Perspektiva – další postup pokusného ověřování	54
Hlavní směry rozvoje projektu:	55
Seznam zkratk.....	56
Přílohy.....	57

Úvod

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (dále jen „ministerstvo“) vyhlásilo v souladu s § 171 odst. 1 zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon), ve znění pozdějších předpisů, pokusné ověřování vědomostí a dovedností středoškolské matematiky (dále jen „pokusné ověřování“) podle katalogu požadavků pro výběrovou nepovinnou zkoušku z matematiky (dále jen „MATEMATIKA+“). Pokusné ověřování výběrové zkoušky ze středoškolské matematiky bylo vyhlášeno MŠMT pod č. j. MSMT-33785/2015-1 dne 15. 3. 2016 a upraveno dodatkem vydaným pod č. j. MSMT-33785/2015-4 ze dne 30. 11. 2016. Bylo vyhlášeno na období let 2017 až 2020. Kompletní informace byly uvedeny a průběžně aktualizovány na stránkách www.novamaturita.cz (v současné době jsou aktuální informace k dispozici na novém webu CZVV <https://maturita.cermat.cz>).

Realizací pokusného ověřování bylo ministerstvem pověřeno Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (dále jen „Centrum“).

Tato hodnoticí zpráva byla zpracována v souladu s úkolem stanoveným Centru odstavcem (4) článku 6 textu vyhlášení pokusného ověřování s cílem vyhodnotit přípravu, realizaci a výsledky šestého ročníku pokusného ověřování realizovaného v roce 2019. Pro zachování konzistence informací jsou v následujících částech hodnoticí zprávy tam, kde to je účelné, zopakovány některé informace obsažené již v hodnotících zprávách z předešlých ročníků.

Záměr

Pokusné ověřování bylo vyhlášeno se záměrem připravit kvalitní výběrovou zkoušku ze středoškolského učiva matematiky, která bude schopna ověřit takové dovednosti a vědomosti žáků, jež jsou důležitým předpokladem pro úspěšné zvládnutí studia na vysokých školách technického, ekonomického, matematického a přírodovědného zaměření a následně také pro kvalitní výkon vybraných profesí, a také ověřit v praxi možnost žádoucí spolupráce ministerstva a vysokých škol při využití hodnocení výsledků absolventů středního vzdělávání jako jednoho z možných kritérií přijetí k vysokoškolskému studiu.

Očekává se, že motivační potenciál ověřené funkční výběrové zkoušky povede ke zvýšení celkové úrovně matematické gramotnosti žáků středních škol.

Cíle

Pro pokusné ověřování byly stanoveny následující základní cíle platné pro všechny fáze:

- a) podpořit matematické, technické a přírodovědné vzdělávání v souladu s dokumenty *Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2020* a *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na léta 2011 až 2015*;
- b) motivovat žáky a jejich učitele ke zvýšenému úsilí dosahovat takových vědomostí a dovedností v oblasti matematického vzdělávání, jež odpovídá očekávaným výstupům podle Rámcového vzdělávacího programu (RVP) pro gymnázia (RVP G) a podle rámcových vzdělávacích programů dalších oborů vzdělání, které mají alespoň desetihodinovou týdenní dotaci výuky matematiky po dobu středního vzdělávání;

- c) podpořit kvalitu výuky v oblasti matematického vzdělávání a nabídnout mimořádně nadaným žákům zkoušku na úrovni jejich schopností; zastavit trend klesající připravenosti uchazečů o vysokoškolské studium matematických a technických oborů;
- d) potvrdit využitelnost zkoušky MATEMATIKA+ jako jedno ze závazných kritérií přijímacího řízení ke studiu na VŠ či kritérium pro motivační stipendijní programy;
- e) na základě průběžného kvalitativního vyhodnocení výsledků maturitní zkoušky formulovat případné úpravy kurikula metod a podmínek vyučování matematiky na středních školách.

Východiska

Společná část maturitní zkoušky v jedné úrovni obtížnosti je dnes standardizovaná certifikační zkouška, která by měla být dostupná absolventům různých typů středních škol, na nichž se v současné době vzdělává zhruba 76 % žáků příslušných populačních ročníků. Tato zkouška vymezuje pouze minimální úroveň, které musí maturant z daného předmětu dosáhnout, nemůže proto jako kritérium uspokojit požadavky těch vysokých škol, které předpokládají u svých uchazečů osvojení znalostí, vědomostí a dovedností na úrovni gymnaziálních oborů s přírodovědným či matematickým zaměřením nebo na úrovni středních technických škol s tradičním zaměřením na výchovu a vzdělávání budoucích zájemců o inženýrské obory.

Klíčovou roli pro úspěch realizace zkoušky MATEMATIKA+ sehrávají vysoké školy. Pokud se žáci oborů středního vzdělání ukončených maturitní zkouškou dočkají ze strany vysokých škol jasně deklarovaného přijetí MATEMATIKY+ jako možné součásti kritérií pro přijímací řízení nebo kritéria pro motivační stipendia, budou motivováni se k této zkoušce připravovat a učitelé je snáze získají pro volitelné matematické semináře, v nichž si žáci mohou upevnit znalosti a doplnit učivo, které není do běžné výuky zařazováno (kuželosečky, analytická geometrie v prostoru, stereometrie, obtížnější kapitoly z kombinatoriky a pravděpodobnosti, obecné posloupnosti včetně limit, geometrické řady, parametrické rovnice, komplexní čísla apod.).

Legislativní vymezení

Rozhodnými právními dokumenty pro hlavní fázi pokusného ověřování byly:

1. Text vyhlášení pokusného ověřování č. j. MSMT-33785/2015-1 ze dne 15. 3. 2016, jehož úplné znění je přílohou č. 1 této hodnotící zprávy, zejména pak článek 3 tohoto textu.
2. Dodatek k vyhlášení pokusného ověřování č. j. MSMT-33785/2015-4 ze dne 30. 11. 2016.

Obsahová část

Základní vymezení zkoušky

Rozsah požadavků na vědomosti a dovednosti žáků v nepovinné zkoušce MATEMATIKA+ je vymezen katalogem požadavků. Tento dokument vychází z rámcových a školních vzdělávacích programů pro gymnázia a rovněž z rámcových a školních vzdělávacích programů oborů středního vzdělání ukončených maturitní zkouškou. Katalog také respektuje požadavky vysokých škol matematického, přírodovědného a technického zaměření na úroveň vědomostí a dovedností uchazečů o studium.

Katalogem vymezené požadavky výběrové nepovinné zkoušky MATEMATIKA+ mohou svým obsahem přesáhnout minimální požadavky vymezené v rámcových vzdělávacích programech oborů středního

vzdělání ukončených maturitní zkouškou. Tímto vymezením však v žádném směru neomezují právo žáků oborů středního vzdělání s maturitní zkouškou přihlásit se ke zkoušce.

Jako podpůrné prameny byly využity publikované standardy a didaktické materiály:

- FUCHS, E., BINTEROVÁ, H. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborná učiliště**. Praha: Prometheus, 2003, ISBN 80–7196–294–5.
- FUCHS, E., KUBÁT, J. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia**. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80–7196–095–0.
- FUCHS, E., PROCHÁZKA, F. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborné školy**. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80–7196–097–7.

Nedílnou součástí katalogu požadavků je příloha s ukázkami testových úloh.

Katalog požadavků ke zkoušce MATEMATIKA+ obsahuje 9 tematických okruhů podobně jako Katalog pro společnou část maturitní zkoušky z matematiky, avšak rozsah učiva je mnohem hlubší. Pro ilustraci je uveden přesah požadavků ke zkoušce MATEMATIKA+ v jednotlivých tematických okruzích.

Číselné obory

- mocniny s racionálním exponentem;
- celá kapitola komplexních čísel;
- zobrazení komplexních čísel v Gaussově rovině;
- komplexní čísla v algebraickém i goniometrickém tvaru;
- absolutní hodnota a argument komplexního čísla a jejich geometrický význam;
- čísla komplexně sdružená;
- sčítání, odčítání, násobení a dělení komplexních čísel v algebraickém tvaru, převrácené číslo;
- násobení, dělení, umocňování a odmocňování komplexních čísel v goniometrickém tvaru užitím Moivreovy věty;
- rovnost komplexních čísel, řešení rovnic;
- binomické rovnice.

Algebraické výrazy

- odmocniny a složitější úpravy výrazů;
- mocniny s racionálním exponentem.

Rovnice a nerovnice a jejich soustavy

- racionální rovnice, rovnice s absolutní hodnotou, rovnice s parametrem, soustavy tří lineárních rovnic, soustavy rovnic lineární a kvadratické.

Funkce

- grafy funkcí (lineární, kvadratické, lineární lomené, exponenciální, logaritmické a goniometrické) $y = f(x)$, $y = a \cdot f(bx + c) + d$; $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$;

- určit funkci inverzní k dané funkci, sestavit její graf, užít poznatky o složené funkci;
- výrazy s elementárními funkcemi;
- exponenciální, logaritmické a goniometrické rovnice a elementární nerovnice;
- mocninné funkce.

Posloupnosti, řady, finanční matematika

- určit posloupnost rekurentně; vlastnosti posloupností;
- limita posloupnosti a nekonečná geometrická řada.

Planimetrie

- konstrukční úlohy (trojúhelníky, mnohoúhelníky, kružnice), shodná zobrazení, stejnoolehlost;
- Eukleidovy věty, obvodové a středové úhly v kružnici.

Stereometrie

- metrické a polohové vztahy, komolá tělesa (ve společné části je obsažen pouze objem a povrch jednoduchých těles).

Analytická geometrie

- operace s vektory (vektorový součin);
- kuželosečky;
- analytika v prostoru.

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

- binomická věta a Pascalův trojúhelník;
- nezávislost jevů, pravděpodobnost sjednocení a průniku dvou jevů;
- charakteristiky variability (rozptyl, směrodatná odchylka).

Do katalogu požadavků ke zkoušce MATEMATIKA+ nebyla zařazena „Výroková logika“, ačkoliv je součástí výstupů RVP pro gymnázia. Není totiž obsažena v žádném z rámcových vzdělávacích programů pro obory odborných škol zakončených maturitní zkouškou. Chybí i infinitezimální počet, který vysoké školy v současné době nezařazují mezi vstupní požadavky, ačkoliv je na mnohých středních školách tradičně probírán.

Zastoupení jednotlivých tematických okruhů je uvedeno v následující tabulce.

Tematické okruhy	Zastoupení v testu (v %)
1. Číselné množiny	4–10
2. Algebraické výrazy	4–14
3. Rovnice a nerovnice	10–20
4. Funkce	10–20
5. Posloupnosti a řady, finanční matematika	4–14
6. Planimetrie	10–18
7. Stereometrie	4–14
8. Analytická geometrie	8–18
9. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika	4–14

Uvedená procenta se netýkají počtu úloh, ale představují podíl bodů, které lze získat v úlohách k daným tematickým okruhům.

Testy – jejich složení a obtížnost

Didaktické testy jsou sestaveny z 12 otevřených a 11 uzavřených úloh. V testu lze získat maximálně 50 bodů, polovina z nich je za otevřené a polovina za uzavřené úlohy. Náhodné skóre testu je necelých 10 %, minimální hranice úspěšnosti je stanovena na 33 %.

Otevřené úlohy mj. testují tzv. produktivní dovednosti. **V úzce otevřených úlohách** se zpravidla ověřuje úroveň osvojení základních znalostí a dovedností a schopnost rutinně aplikovat vědomosti ve standardních situacích. **V široce otevřených úlohách** se klade důraz na přesnost a preciznost řešení. Díky zařazení otevřených úloh lze ověřovat učivo planimetrie v konstrukčních úlohách. V obtížnějších úlohách může žák uplatnit různé strategie řešení a prezentovat tak osvojení učiva na vyšší úrovni.

Z uzavřených úloh se užívají **svazky dichotomických úloh**, v nichž lze spolehlivě rozeznat, zdali žák vědomosti a dovednosti používá s porozuměním. Kvalita **přirazovacích úloh** tkví v možnosti odstupňovat obtížnost obdobných úkolů. Úlohy s výběrem odpovědi s 5 alternativami zpravidla ověřují osvojení učiva ve standardní úrovni.

Didaktické testy z MATEMATIKY+ se od testů z matematiky ve společné části maturit liší, mj. požadovanou úrovní osvojení učiva. V didaktických testech pro zkoušku MATEMATIKA+ je obsaženo větší množství komplexních úloh, které se v testech z matematiky ve společné části maturitní zkoušky prakticky nevyskytují. Úlohy odpovídající obtížností standardním požadavkům matematiky na gymnáziích tvoří asi 55–60 % didaktického testu. Zhruba 30 % úloh je jednodušších, avšak i tyto úlohy zpravidla překračují rozsah učiva požadovaného ve společné části maturitní zkoušky.

Zbývajících 10–15 % úloh předpokládá vyšší úroveň osvojení učiva, tedy schopnost žáka aplikovat znalosti a dovednosti v nestandardních situacích. Ani v této náročnější zkoušce se v současné době neobjevují důkazové úlohy vzhledem k jejich nízké úspěšnosti.

Žák ve zkoušce uspěje, dosáhne-li alespoň 33 % maximálního možného skóre. Výsledek alespoň dobrý je od 50 % výše, alespoň chvalitebný od 68 % výše a k výbornému výsledku je třeba získat nejméně 86 % maximálního možného skóre.

Žák způsobilý pro studium na VŠ, jejíž studijní program předpokládá další rozvoj vědomostí v matematice, by měl ve zkoušce MATEMATIKA+ dosáhnout alespoň výsledku dobrý.

O zkoušce MATEMATIKA+ nelze uvažovat jako o plošné zkoušce pro gymnázia a technické školy. Pro úspěšné absolvování didaktického testu MATEMATIKA+ se předpokládá týdenní hodinová dotace matematiky za poslední čtyři roky studia na střední škole v rozmezí od 15 do 20 hodin (včetně volitelných seminářů). Minimální hodinová dotace pro gymnázia je podle RVP 12 hodin, což lze považovat za rozumnou mez pro zkoušku z matematiky ve společné části maturitní zkoušky. Nelze předpokládat, že humanitně zaměřený žák si bude vybírat mezi volitelnými semináři právě matematiku. I když projekt připouští zapojení škol s dotací matematiky minimálně 10 hodinami, předpokládá se, že střední školy posílí výuku matematiky prostřednictvím disponibilních hodin věnovaných volitelným seminářům.

Organizace

MATEMATIKA+ je koncipována jako výběrová zkouška, organizačně má však všechny atributy standardní maturitní zkoušky. Pro její realizaci lze tedy využít celý komplex technologického, logistického a ICT zabezpečení maturitní zkoušky.

V letech 2015 a 2016 byla MATEMATIKA+ organizována jako nepovinná zkouška profilové části a celá organizace přípravy zkušební dokumentace, přihlašování žáků a realizace byla podřízena pravidlům platným pro maturitní zkoušku. V roce 2017 se, v souladu s vyhlášením pokusného ověřování, MATEMATIKA+ vrátila do režimu, v jakém probíhala při prvním ročníku v roce 2014, tedy do režimu organizace mimo maturitní zkoušku a konání pouze v jednom, a to jarním, zkušebním období. Stejně jako v předchozích ročnících se zkouška konala formou didaktického testu zařazeného na konec jednotného zkušebního schématu určeného pro písemné zkoušky společné části maturitní zkoušky. Pro realizaci zkoušky byl využit celý komplex technologického, logistického a ICT zabezpečení maturitní zkoušky.

Harmonogram přípravy a realizace

Pro přípravu a realizaci pilotního projektu byl stanoven následující harmonogram:

Název úkolu	Zahájení	Dokončení
Pokusné ověřování zkoušky MATEMATIKA+ 2019	10. 10. 2018	22. 05. 2019
Informování vysokých a středních škol	22. 10. 2018	31. 10. 2018
Založení projektu MA+ 2019 v IS CERTIS	10. 10. 2018	12. 10. 2018
Informace od VŠ ohledně akceptace MA+	1. 11. 2018	31. 3. 2019
Přihlášení k MATEMATICE+ prostřednictvím VPŽ	15. 12. 2018	16. 1. 2019
Předání autentizačního kódu VPŽ žákům	14. 12. 2018	21. 12. 2018
Zpřístupnění VPŽ žákům pro registraci k MA+	2. 1. 2019	31. 1. 2019
Příprava zkušební dokumentace	1. 11. 2018	6. 3. 2019

Název úkolu	Zahájení	Dokončení
Výroba zkušební dokumentace	2. 4. 2019	3. 4. 2019
Výběr a zasmulvnění spádových škol	2. 1. 2019	31. 3. 2019
Distribuce zkušební dokumentace v rámci ZD k MZ	23. 4. 2017	26. 4. 2019
Konání MATEMATIKY+ v rámci JZS MZ2019	6. 5. 2019	6. 5. 2019
Hodnocení otevřených úloh didaktického testu	6. 5. 2019	17. 5. 2019
Hodnocení uzavřených úloh	6. 5. 2019	9. 5. 2019
Zpřístupnění výsledků formou výpisu DT MA+ přes VPŽ	20. 5. 2019	20. 5. 2019

Informační podpora

První cílovou skupinou v rámci informování o pokusném ověřování MATEMATIKA+ 2019 byly střední školy, jejichž žáci byli potenciálními uchazeči o vykonání zkoušky. Hlavním informačním kanálem pro školy byl zvolen hromadně rozesílaný e-mail, který stejnému účelu slouží i při organizaci maturitní zkoušky. Spolu s IS CERTIS tvoří hromadně rozesílané e-maily hlavní páteř komunikace se školami a díky neustálé aktualizaci databáze kontaktů jde o velmi spolehlivý komunikační systém.

Před začátkem přihlašování k maturitní zkoušce v jarním zkušebním období 2019 byl školám zaslán další hromadný e-mail, který obsahoval informace ke způsobu přihlašování maturantů k výběrové zkoušce MATEMATIKA+. Podrobnější komunikace směrem ke středním školám pak probíhala mezi Centrem a tzv. spádovými školami, na nichž se měla zkouška konat. Tyto školy byly vytipovány s ohledem na strukturu přihlášených žáků a probíhala s nimi i aktivní forma telefonické a e-mailové komunikace prostřednictvím oblastních manažerů logistiky a operátorů HelpDesku Centra. HelpDesk Centra byl k dispozici všem školám.

Druhou cílovou skupinou byly fakulty vysokých škol, kterým byl na podzim 2018 odeslán informační e-mail se základními informacemi o zkoušce MATEMATIKA+ a požadavkem na podání zpětné vazby ve smyslu možného využití výsledku zkoušky MATEMATIKA+ v rámci přijímacího řízení či stipendijního programu. Pro případné dotazy mohly vysoké školy využít e-mailovou adresu info@cermat.cz, případně telefonický kontakt na referát vnějších vztahů Centra.

Třetí cílovou skupinou byli samotní žáci, kteří se ke zkoušce mohli dobrovolně přihlásit, a veřejnost. Tato cílová skupina byla informována prostřednictvím webových adres www.novamaturita.cz, www.cermat.cz a také vpz.cermat.cz. Na adrese www.novamaturita.cz byly aktualizovány informace ke zkoušce MATEMATIKA+ 2019 během září a října 2018. Informace ke zkoušce, včetně základních pokynů pro přihlášení, byly součástí Maturitního zpravodaje č. 47, který byl zveřejněn 31. října 2018. V listopadu 2018 byl na webovém portálu www.novamaturita.cz zveřejněn také seznam fakult vysokých škol akceptujících nějakým způsobem výsledek zkoušky MATEMATIKA+. Tento seznam byl v průběhu školního roku 2018/2019 pravidelně aktualizován.

Výše zmíněný portál na adrese vpz.cermat.cz od spuštění v polovině prosince 2018 sloužil nejen jako systém pro registraci uchazečů (probíhala od 2. do 31. ledna), ale rovněž jako další informační kanál. Portál je přímo propojen s informačním systémem CERTIS, který bezpečně uchovává data o přihlášených uchazečích a díky tomuto propojení mohly být v předem avizovaném termínu, během března 2019, odeslány uchazečům pozvánky ke zkoušce na e-mailové adresy, které uchazeči zadali při přihlašování. K poskytnutí výsledků zkoušky žákům po 20. květnu 2019 posloužil opět tento portál,

stačilo, aby žák pod svou registrací jednoduchým způsobem zadal souhlas se zasláním výsledkového dokumentu (výpisu výsledku didaktického testu MATEMATIKA+ s elektronickým podpisem pro potřeby vysokých škol), na kterém je uveden i detailní bodový zisk u jednotlivých úloh. Současně s výpisem výsledku didaktického testu byl odeslán i ohodnocený záznamový arch. Po celou dobu organizace pokusného ověřování MATEMATIKA+ byla žákům k dispozici infolinka Centra na čísle 224 507 507 s operátory HelpDesku a e-mailová adresa info@cermat.cz.

Zástupci CZVV vystoupili s příspěvky o zkoušce MA+ i na celostátních konferencích, a to 19. 9. 2018 na *Celostátním setkání učitelů matematiky středních škol* v Pardubicích a 8. 11. 2018 na konferenci *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol* v Srní. 4. 12. 2018 pak CZVV bylo pozváno na setkání předsedů předmětových komisí středních škol Jihomoravského kraje, 30. 1. 2019 pracovníci CZVV přednesli svůj příspěvek na pracovním setkání JČMF *Maturita z matematiky*. Proběhla i krátká neformální jednání se zástupci vybraných veřejných vysokých škol, na kterých byla prezentována podoba zkoušky a výsledky účastníků.

Režim přihlašování

Přihlašování k pokusnému ověřování MATEMATIKA+ začalo v souladu s vyhlášením 2. ledna 2019 a o jeho způsobu byli uchazeči informováni prostřednictvím webových stránek. Obdobně jako v roce 2018 bylo přihlašování uchazečů řešeno prostřednictvím Výsledkového portálu žáka (VPŽ) na adrese vpz.cermat.cz.

Po vstupu na portál vpz.cermat.cz si uchazeč nejprve mohl pročíst základní informace ke zkoušce a získal zde i návod k přihlášení. Přihlášení ke zkoušce spočívalo v jednoduché registraci, ke které žák potřeboval jedinečnou e-mailovou adresu, své zvolené heslo obsahující minimálně 8 znaků a autentizační kód VPŽ. Autentizačním kódem VPŽ byl 10místný alfa-numerický kód, který byl uveden na výpisu z přihlášky žáka k maturitní zkoušce. Po zadání údajů odeslal systém Výsledkového portálu žáka žákovi potvrzující e-mail o registraci. Tím byl žák k pokusnému ověřování MATEMATIKA+ přihlášen a zároveň se prostřednictvím VPŽ mohl do předem určeného termínu ze zkoušky odhlásit.

Po ukončení přihlašování byla data z portálu importována do IS CERTIS, jehož prostřednictvím byli uchazeči rozsazeni do spádových škol. O umístění do konkrétní spádové školy byli následně informováni v pozvánce ke zkoušce.

Metodická podpora

Ředitelům spádových škol a zadavatelům zkoušky v učebně byly v dostatečném předstihu zpřístupněny metodické pokyny k zajištění zkoušky ve škole. Jejich forma i struktura nebyla nijak odlišná od formy, která se využívá pro maturitní zkoušku a na kterou jsou pedagogičtí pracovníci škol zvyklí.

Logistika a technologie

Logistický model zkoušky MATEMATIKA+

Systém logistického zabezpečení byl členěn na následující segmenty:

- příprava zkušební dokumentace včetně modifikací PUP a překladu do polštiny;
- přihlášení žáků ke zkoušce;
- výroba zkušební dokumentace, její uskladnění a distribuce do zkušebních míst;
- realizace zkoušek;

- pořízení, zpracování, vyhodnocení a prezentace výsledků a jejich archivace;
- zajištění personální infrastruktury;
- řízení, monitorování a informační zajištění logistických procesů a řízení bezpečnostních rizik.

Zkušební dokumentace

Centrum připravilo zkušební dokumentaci pro zkoušku MATEMATIKA+ pro každého přihlášeného žáka (uchazeče) na základě údajů z přihlášek k maturitní zkoušce. Zkušební dokumentace obsahovala:

Testový sešit

Testový sešit je dokument obsahující zadání zkoušky. Příprava a výroba testových sešitů byla zajištěna v bezpečnostním režimu Tiskového, produkčního a kompletačního centra (TPKC).

Záznamový arch

Pro zkoušku byl připraven a vyroben záznamový arch (ZA), na kterém je uveden název zkoušky, kód zkoušky, identifikační kód žáka (ID), jméno a příjmení žáka a RED IZO školy. ID kód žáka, jeho jméno, příjmení a RED IZO kmenové školy jsou údaje, které jsou na záznamový arch automaticky generovány z přihlašovací aplikace. Záznamový arch slouží k zápisu řešení úloh zkoušky a je přizpůsoben záznamu různých typů odpovědí, tedy od prostého vyznačení vybrané alternativy křížkem po záznam postupu řešení do vyznačeného pole. Záznamový arch umožňuje i zápis řešení široce otevřených úloh včetně geometrických úloh s předkreslenými obrázky.

Ostatní zkušební dokumentace

Ostatní zkušební dokumentaci tvoří zejména:

- prezenční listiny;
- protokoly o průběhu konání zkoušek v učebně;
- pokyny pro zadavatele do učebny;
- výčetky zkušebních materiálů;
- doprovodné materiály (obálky).

Segment výroby zkušební dokumentace a její distribuce do zkušebních míst

Zkušební dokumentace byla centrálně vyráběna a distribuována do jednotlivých zkušebních míst společně se zkušební dokumentací písemných zkoušek společné části maturitní zkoušky.

Z pohledu nároků na kvalitu tisku byla zvláštní pozornost věnována té části zkušební dokumentace, která je určena k digitalizaci a následnému automatickému vytěžení dat. Tyto zvýšené nároky na kvalitu tisku se týkají:

- záznamového archu;
- prezenční listiny žáků v učebně;
- protokolu o průběhu zkoušky v učebně.

Výše uvedené dokumenty určené k digitálnímu vytěžení byly vždy vyrobeny adresně, tj. s identifikátory konkrétní školy, učebny, žáka a typu dokumentu.

Veškerá dokumentace byla tištěna digitálně černobíle na papír s gramáží 80 g/m².

Identifikace místa konání zkoušek

Zkušební místo

Zkušebním místem se rozumí škola, resp. její odloučené pracoviště, kde jsou administrovány písemné zkoušky. Zkušební místo je hlavní jednotkou pro balení a distribuci. Zkouška MATEMATIKA+ se konala v 58 zkušebních místech.

Zkušební učebna

Zkušební učebnou je entita žáků s jednoznačnou vazbou na zkušební místo, kde probíhá právě jedna zkouška nebo dílčí zkouška. Zkušební učebna je nejmenší jednotkou pro kompletaci a balení zkušební dokumentace. Kapacita učebny je maximálně 17 žáků, v případě žáků s přiznaným uzpůsobením podmínek pak 14 žáků.

Předmět a rámcový objem výroby

Objem výroby je určen počtem přihlášených žáků a rozsahem zkušební dokumentace. Pro zkoušku MATEMATIKA+ byla vyráběna zkušební dokumentace pro 3 193 žáků. Na základě přihlášek bylo nutné upravit testové sešity pro žáky s přiznaným uzpůsobením podmínek pro konání maturitní zkoušky kategorie a skupiny SPUO-2 a SPUO-3-A, SP-2, TP-2 a ZP-2 v písmu 16 a 20.

Kompletace zkušební dokumentace

Balíček pro učebnu

Balíček, který je bezpečně zabalen, obsahuje následující dokumenty:

- výčetku materiálů na učebnu;
- prezenční listinu;
- testové sešity;
- záznamové archy;
- pokyny pro zadavatele do učebny;
- protokol o průběhu zkoušky v učebně.

Balíček pro zkušební předmět

Balíček pro zkušební předmět obsahuje požadované balíčky pro učebny dle rozsazení žáků.

Zásilka pro zkušební místo

Zásilka pro zkušební místo obsahovala balíček pro zkušební předmět MATEMATIKA+ a další doprovodné materiály, kterými jsou:

- výčetka materiálů na zkušební místo;
- papírové obálky.

Termínové a kapacitní požadavky na zajištění výroby

Výroba zkušební dokumentace probíhala v dubnu 2019 separátně od výroby zkušební dokumentace pro písemné zkoušky maturitní zkoušky.

Distribuce do škol

Distribuce zadání zkoušky do zkušebních míst proběhla společně s distribucí zadání pro písemné zkoušky společné části maturitní zkoušky ve dnech 23. až 26. dubna 2019.

Realizace písemných zkoušek, tedy didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+

Procesy předcházející konání písemných zkoušek v učebnách

Před termínem konání písemných zkoušek ředitel zajistí místnost pro uložení zásilky se zkušební dokumentací zaslanou z Centra, zkontroluje přípravu učeben, informuje žáky o možnosti využití povolených pomůcek a jmenuje zadavatele.

Ředitel školy zajistí ve škole vyvěšení jmenných seznamů žáků, které mu byly vygenerovány v IS CERTIS.

Bezprostředně před konáním zkoušky se ve zkušebním místě uskuteční společné jednání komisaře, zadavatelů a ředitele školy. Komisař v rámci jednání překontroluje platnost dokladů jednotlivých zadavatelů (tj. Jmenování ZAD) a neporušenost balení zásilky se zkušební dokumentací.

Ředitel školy zásilku protokolárně otevře, vyjme z ní dokumentaci pro příslušné zkušební učebny a předá pod dohledem komisaře každému zadavateli balíček pro jeho učebnu a jednu prázdnou obálku určenou na odevzdání dokumentace po ukončení zkoušky.

Procesy v průběhu konání písemných zkoušek v učebnách

Zkouška MA+ se konala dne 6. 5. 2019 dle jednotného zkušebního schématu. Nejdříve zadavatel provedl administraci zkoušky – zkontroloval pomůcky a rozdal dokumentaci, pak žáci řešili jednotlivé úlohy v testu, po uplynutí časového limitu zadavatel vybral vyplněné záznamové archy a vyplnil protokol o průběhu zkoušky v učebně.

Procesy následující bezprostředně po konání písemných zkoušek SČ MZ v učebnách

Zpracování zkušební dokumentace po zadávání písemných zkoušek je založeno především na správném rozřídění zkušební dokumentace z jednotlivých učeben. Vždy je však prvním krokem předání veškeré dokumentace z učebny zadavatelem komisaři v této struktuře:

- obálka obsahující záznamové archy a prezenční listinu, protokol o průběhu zkoušky v učebně;
- testové sešity a ostatní zkušební dokumentace vyjma záznamových archů, prezenční listiny a protokolu o průběhu zkoušky v učebně.

Zkušební dokumentace z učeben je rozdělována a zpracovávána následovně:

- obálky se záznamovými archy a prezenční listinou:
 - komisař zajistí digitalizaci obsahu obálky současně s příslušným protokolem o průběhu MZ v učebně, následně takto získaná data zašle elektronickou cestou k centrálnímu zpracování do Centra pomocí pracoviště DDT (datový a digitalizační terminál); poté komisař předá veškerou dokumentaci řediteli školy k archivaci;
- ostatní dokumentaci předá komisař řediteli školy, který s nimi naloží dle vlastního uvážení (materiály nemají žádné další uplatnění).

Model vyhodnocení výsledků didaktických testů

Termín pro vyhodnocení didaktických testů zkoušky MATEMATIKA+

Termín pro předání hodnocení didaktických testů MA+ byl stanoven na 20. 5. 2019. Rozhodující vliv na dobu zpracování má rozsah a složitost hodnocení otevřených úloh.

Model vyhodnocení výsledků didaktických testů je založen na vytěžení digitalizovaných záznamových archů (ZA). Odpovědi žáků u zkoušky MATEMATIKA+ měly tyto formy:

- „křížkování“ – u uzavřených úloh;
- vlastnoruční vyplnění krátké odpovědi (slova/názvu či slovního spojení či výrazu apod.) – u úzce otevřených úloh;
- vlastnoruční zápis celého postupu řešení – u široce otevřených úloh;
- záznam (zákres) do připravených obrázků.

Všechny uzavřené úlohy jsou vyhodnocovány automatizovaně. Úzce otevřené úlohy i široce otevřené úlohy hodnotí posuzovatelé (rateři). Tuto roli vykonávají speciálně vyškolení učitelé matematiky.

Systém decentralizované digitalizace, resp. digitalizace ve zkušebních místech

Model decentralizované digitalizace umožňuje:

- centrálně i lokálně archivovat a evidovat veškerou „maturitní“ dokumentaci, tj. záznamové archy didaktických testů i písemných prací, hodnoticích i procesních protokolů atp.;
- vytvořit centrální úložiště veškeré „maturitní“ dokumentace a nad ním aplikaci, která umožní autorizovaným pracovníkům MŠMT a krajských úřadů přístup k veškeré dokumentaci v rámci rozhodování o odvolání (resp. žádost o přezkoumání průběhu a výsledku zkoušky) podaném žákem.

Systém decentralizované digitalizace se skládá z následujících komponent:

- lokální digitalizační pracoviště a komunikační terminály ve školách (DDT) umístěné na všech maturitních lokalitách (sídlech škol a jejich „maturitních“ odloučených pracovištích); funkce DDT zajišťuje digitalizační sestava (PC, dokumentový skener a tiskárna) vybavená příslušným SW, který (1) provádí autonomně automatizovaně veškeré potřebné kontroly digitalizovaných dokumentů (úplnost, čitelnost) a (2) v součinnosti se systémem centrálního řízení datové komunikace (CMDK) mezi školami a centrem řídí a optimalizuje proces odesílání dat do centra;
- centrální interní pracoviště Centra pro vytěžování dat, tj. tzv. datová vytěžovací farma (DVF); jedná se o pracoviště, které v reálném čase zpracovává digitalizované dokumenty, vytěžuje z nich příslušná data, provádí kontrolu datové integrity a řeší neshodné situace a je integrálně propojeno s IS CERTIS. Dále obsahuje systém správy centrálního datového a centrálního dokumentového úložiště (CDAS/CDOS) a IS řídicího a dohledového centra (RDC);
- systém centrálního řízení datové komunikace mezi školami a centrem (CMDK); jeho úkolem je optimalizovat v komunikačních špičkách zatížení datových linek cestou rozložení datové komunikace mezi DDT a centrem.¹

Systém je integrálně propojen na další klíčové komponenty komplexního informačního systému, a to na IS CERTIS a řídicí a dohledové centrum (RDC) a na BTÚ v rámci přípravy šablon zkušební dokumentace (záznamových archů) a procesní dokumentace (procesních protokolů), které jsou systémem zpracovávány pro potřebu monitorování logistických procesů a řízení bezpečnostních a spolehlivostních rizik.

¹ Bez této funkcionality by bylo nutné k zajištění datové komunikace provozovat neefektivně silné datové připojení, jehož přenosová kapacita by v období slabého datového toku zůstávala nevyužita.

Parametry DDT:

- HW a SW konfigurace umožňuje zpracování (tj. digitalizaci) všech typů používaných záznamových archů a procesních protokolů v reálném čase o rychlosti řádově 20–30 oboustranných dokumentů formátu A4 za minutu;
- autonomně, tj. bez komunikace s centrem, optimalizuje nastavení digitalizačních parametrů, provádí kontrolu úplnosti zpracovávané dokumentace a její reálné vytěžitelnosti DVF;
- obsluha zařízení je velmi jednoduchá a všechny procesy jsou plně automatizovány; systém umožňuje průběžnou vizuální kontrolu zpracovávaných dokumentů a při zjištění neshodných situací informuje uživatele komfortním způsobem o původu chybového stavu a nabízí způsoby jeho opravení;
- DDT umožňuje produkovat protokoly, tj. auditovatelné doklady o průběhu a ukončení příslušných procesů.

Systém nevyžaduje nadstandardní zajištění konektivity. Datový objem odpovídající jedné průměrně obsažené digitalizované ČB straně formátu A4 nepřekračuje hodnotu 50 kB.

Systém DDT/DVF/CMDK byl využit k pokrytí následujících procesů:

- digitalizace, elektronický přenos, datové vytěžení záznamových archů didaktických testů za účelem jejich automatizovaného a manuálního vyhodnocení a uložení v centrální databázi výsledků a za účelem centrální digitální archivace digitální podoby záznamových archů.

Výstupní dokumenty (certifikáty)

Výstupními dokumenty pro žáky jsou:

- výpis výsledku didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+

Předání výpisu výsledku didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+ proběhlo elektronickou formou. Žáci na Výsledkovém portálu žáka zadali souhlas se zasláním výsledkového dokumentu a v závislosti na zadání souhlasu byl v IS CERTIS vygenerován výpis výsledku didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+ s elektronickým podpisem, který byl zaslán na e-mailovou adresu, kterou žák uvedl při registraci. Výpis žák obdržel v příloze e-mailu v komprimované složce, která byla chráněna heslem – autentizačním kódem VPŽ.

Hodnocení žákovských zápisů řešení didaktických testů

Didaktický test zkoušky MATEMATIKA+ byl zařazen jako poslední zkouška jednotného zkušebního schématu písemných zkoušek společné části maturitní zkoušky v jarním zkušebním období 2019 na 6. května 2019.

Záznamové archy didaktických testů s žákovským zápisem řešení byly hodnoceny ve shodném systému a se stejným programovým i technickým vybavením jako při hodnocení didaktických testů (DT) společné části maturitní zkoušky.

Celkem bylo ohodnoceno 2 715 záznamových archů DT, z nichž každý obsahoval 23 úloh, z toho bylo 11 úloh uzavřených a 12 úloh otevřených. Z těchto 12 otevřených úloh pak bylo 5 široce otevřených, v jejichž zadání byl požadavek zapsat i postup řešení, který byl také předmětem hodnocení.

Uzavřené úlohy byly hodnoceny strojově, informační systém rozlišil označení (zaškrtnutí) správné a nesprávné odpovědi.

Pro hodnocení otevřených úloh byly využity stejné principy i postupy jako při maturitní zkoušce. Vlastní hodnocení úloh probíhalo on-line v systému IS CERTIS. Každou otevřenou úlohu (výřez ze záznamového archu obsahující odpověď žáka) hodnotili na sobě nezávisle dva rateři. V případě jejich neshody úlohu přehodnotil tzv. superrater (vedoucí, koordinující činnost raterů a dohlížející na správnost hodnocení). Objektivita hodnocení byla zachována – rater neviděl ani jméno, ani identifikační kód žáka, pouze výřez s úlohou.

Více jak 47,8 tis. otevřených úloh (cca 95,6 tis. výřezů) hodnotilo 26 raterů. Koordinaci hodnocení a kontrolní činnost zajišťovali 3 superrateři.

Ocenění škol a žáků s nejlepšími výsledky z MATEMATIKY+ v Senátu

Dne 10. 6. 2019 v Senátu Parlamentu ČR proběhlo slavnostní ocenění studentů, kteří konali nepovinnou zkoušku MATEMATIKA+ a dosáhli v ní excelentních výsledků. Ocenění získalo 11 absolventů gymnázií (víceletých i čtyřletých) a 4 nejúspěšnější řešitelé ze středních odborných škol.

Čestná uznání letos získali i učitelé matematiky ze čtyř nejúspěšnějších středních odborných škol (dvě pražské a po jedné brněnské a třebovské) za výrazně vyšší podíl studentů s velmi dobrými výsledky v MATEMATICE+ v porovnání se studenty z ostatních odborných škol.

Ocenění předával senátor Jiří Drahoš společně se zástupci JČMF a CZVV.

Celou akci doprovázel hrou na housle Jakub Janský, člen pražského Sukova komorního orchestru.

Analytická data

Přihlášky a výsledky

V roce 2019 se k MATEMATICE+ přihlásilo 3 193 maturantů, zkoušku pak následně konalo 2 715 z nich. Nejvíce přihlášených bylo z víceletých gymnázií – 1 382, zkoušku pak konalo 1 222, a ze čtyřletých gymnázií (1 077 přihlášených, 902 konajících). MATEMATIKA+ je atraktivní i pro část maturantů z lyceí a středních technických škol skupiny 1.² Žáci z ostatních oborů se ke zkoušce hlásí v malém počtu.

Tabulka obsahuje informace o počtu přihlášených, účasti a výsledcích podle vybraných skupin oborů vzdělání.

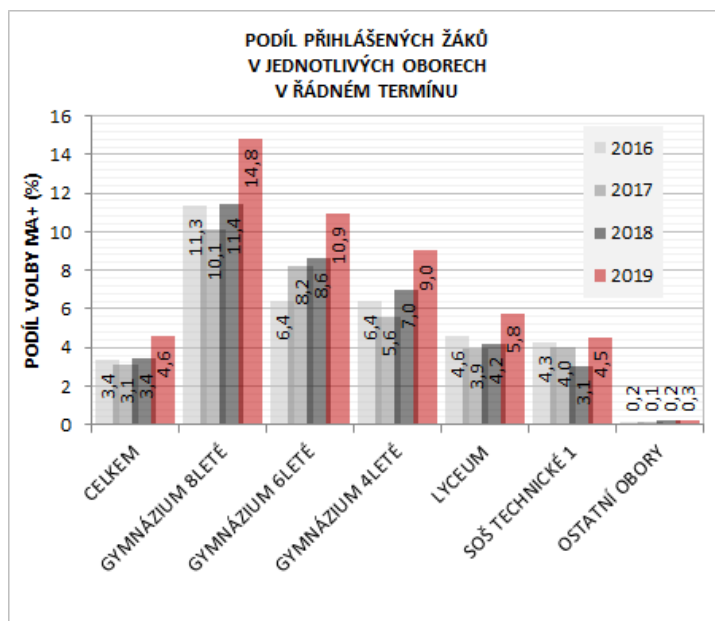
MA+ 2019		PŘIHLÁŠENÍ	KONALI	NEKONALI	NEUSPĚLI	USPĚLI	ČISTÁ NEÚSPĚŠNOST	PRŮMĚRNÝ %SKÓR
CELKEM		3 193	2 715	478	534	2 181	19,7	52,3
GY4	GYMNÁZIUM 4LETÉ	1077	902	175	185	717	20,5	50,1
GY6	GYMNÁZIUM 6LETÉ	208	183	25	15	168	8,2	58,1
GY8	GYMNÁZIUM 8LETÉ	1174	1039	135	91	948	8,8	61,4
LYC	LYCEUM	201	179	22	50	129	27,9	43,8
ST1	SOŠ TECHNICKÉ SKUPINY 1	448	351	97	148	203	42,2	37,2
ST2	SOŠ TECHNICKÉ SKUPINY 2	9	5	4	4	1	80,0	20,8
SEK	SOŠ EKONOMICKÉ	21	17	4	13	4	76,5	24,1
SHP	SOŠ HOTELOVÉ A PODNIKATELSKÉ	10	9	1	7	2	77,8	25,1
SHU	SOŠ PEDAGOGICKÉ A HUMANITNÍ	7	3	4	2	1	66,7	24,0
SZE	SOŠ ZEMĚDĚLSKÉ	3	2	1	2	-	100,0	13,0
SZD	SOŠ ZDRAVOTNICKÉ	1	1	-	-	1	x	44,0
SUM	SOŠ UMĚLECKÉ	8	3	5	1	2	33,3	33,3
UTE	SOU TECHNICKÉ	15	13	2	8	5	61,5	31,7
UOS	SOU OSTATNÍ	4	4	-	4	-	100,0	15,5
NTE	NÁSTAVBOVÉ STUDIUM TECHNICKÉ	3	2	1	2	-	100,0	20,0
NOS	NÁSTAVBOVÉ STUDIUM OSTATNÍ	4	2	2	2	-	100,0	18,0

Pozn.: Pro časté chybné použití pojmu „průměrné úspěšnosti v %“, která bývá nesprávně interpretována jako doplněk „% neúspěšnosti“ do 100 %, je použit ekvivalentní pojem „% SKÓR“, což znamená průměrný dosažený výsledek v %.

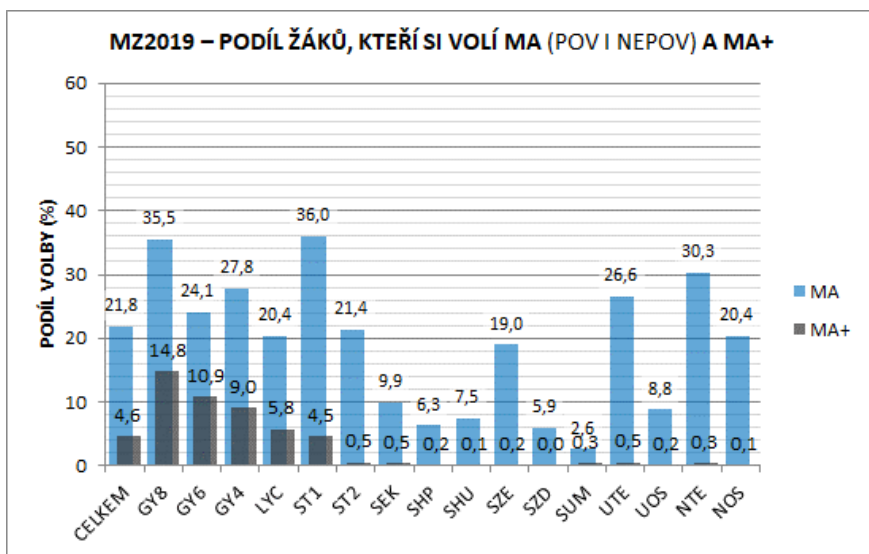
² Zařazení do jednotlivých skupin oborů vzdělání lze nalézt na adrese <https://vysledky.cermat.cz/data/Default.aspx>

V roce 2019 se ke zkoušce přihlásilo 3 193 žáků, vybralo si ji tak 4,6 % maturujících, což je nejvíce od roku 2015. V porovnání s předchozím rokem je to o 823 žáků více (nárůst o 34,7 %). Kladnou roli v meziročním nárůstu zájmu o zkoušku pravděpodobně sehrála informační kampaň cílená na střední i vysoké školy, díky které došlo i k navýšení počtu fakult veřejných vysokých škol, které zkoušku zohledňují v rámci svého přijímacího řízení.

SMZ ŘÁDNÝ TERMÍN	POČET PŘIHL. K SMZ CELKEM	POČET PŘIHL. K MA+	PODÍL VOLBY V %
2015	74 701	1 923	2,6
2016	70 717	2 379	3,4
2017	69 817	2 167	3,1
2018	69 304	2 370	3,4
2019	69 779	3 193	4,6



MATEMATIKU+ si nejčastěji volí žáci z osmiletých gymnázií, v roce 2019 se přihlásilo 14,8 % z nich. Oblíbená je i na šestiletých (10,9 %) a čtyřletých (9,0 %) gymnáziích. Z lyceí si ji volí 5,8 % maturantů, z oborů ST1 pak 4,5 % maturantů. Zastoupení maturantů z ostatních oborů je nepatrné.



Zájem škol

Největší zájem o zkoušku MATEMATIKA+ lze předpokládat zejména u těch žáků gymnázií a technických oborů, kteří se chystají ke studiu matematických, technických, ekonomických, chemických a některých dalších přírodovědných oborů na vysoké škole.

Ve školním roce 2018/2019 se ke zkoušce přihlásili žáci z 391 středních škol, což představuje 35,4 % středních škol, jejichž žáci se přihlásili k řádnému termínu maturitní zkoušky. Nejvyšší podíl (77,3 %) v rámci oborů středního vzdělání zaujala osmiletá gymnázia, zkoušky se zúčastnili žáci z 201 z nich.

POČET ŠKOL	MA+ 2019	SMZ 2019	PODÍL V %
GY4	186	286	65,0
GY6	36	60	60,0
GY8	201	260	77,3
ST1+LYC	89	323	27,6
SŠ CELKEM	391	1105	35,4

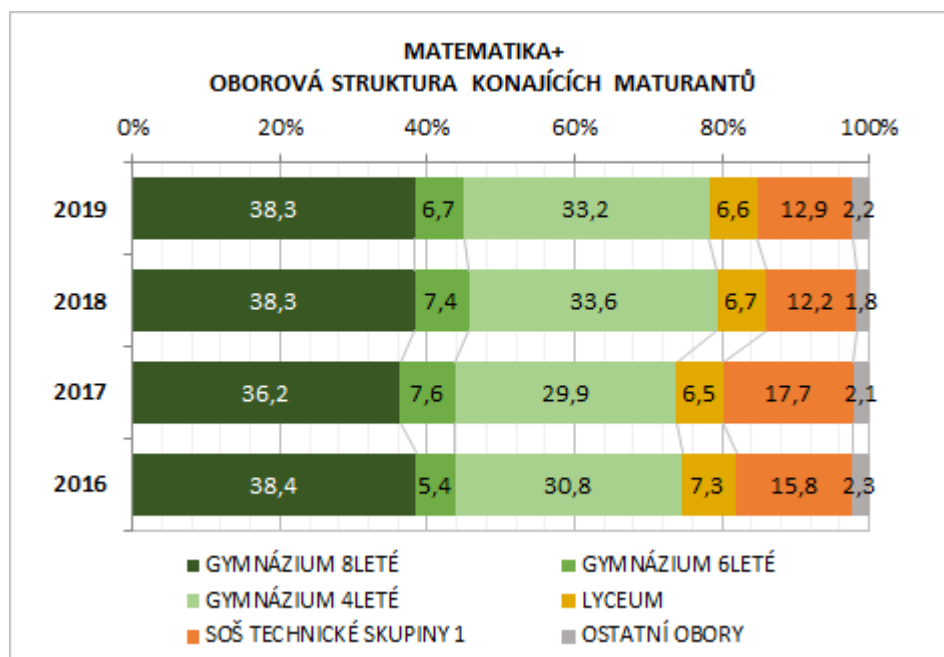
Největší zájem o zkoušku v absolutním počtu byl u žáků škol z Prahy, Jihomoravského a Středočeského kraje. Co se týká podílu přihlášených k MA+ na počtu přihlášených k řádnému termínu MZ, velký zájem byl kromě Prahy i v Jihomoravském, Královéhradeckém kraji, na Vysočině, v Pardubickém a Zlínském kraji. Žáci z Prahy, Vysočiny, Jihomoravského a Pardubického kraje patří dlouhodobě mezi ty, kteří dosahují nejlepších výsledků ve zkoušce z matematiky ve společné části maturitní zkoušky (SMZ).

KRAJ	POČET PŘIHLÁŠENÝCH ŽÁKŮ – MATEMATIKA+ 2019					POČET ŽÁKŮ - SMZ 2019	PODÍL ŽÁKŮ MA+/SMZ 2019 (%)
	CELKEM	GYMNÁZIA A LYCEA	SOŠ	SOU	NÁSTAVBY		
Hlavní město Praha	740	654	84	2	0	10978	6,7
Jihočeský	153	121	30	2	0	4452	3,4
Jihomoravský	436	367	60	9	0	7667	5,7
Karlovarský	46	43	3	0	0	1566	2,9
Královéhradecký	214	158	51	4	1	3958	5,4
Liberecký	115	62	53	0	0	2517	4,6
Moravskoslezský	267	232	34	1	0	8152	3,3
Olomoucký	135	126	9	0	0	4419	3,1
Pardubický	190	157	33	0	0	3637	5,2
Plzeňský	114	109	4	0	1	3533	3,2
Středočeský	272	225	44	0	3	6188	4,4
Ústecký	113	91	22	0	0	5009	2,3
Vysočina	179	141	38	0	0	3319	5,4
Zlínský	219	174	42	1	2	4384	5,0
CELKEM	3193	2660	507	19	7	69779	4,6

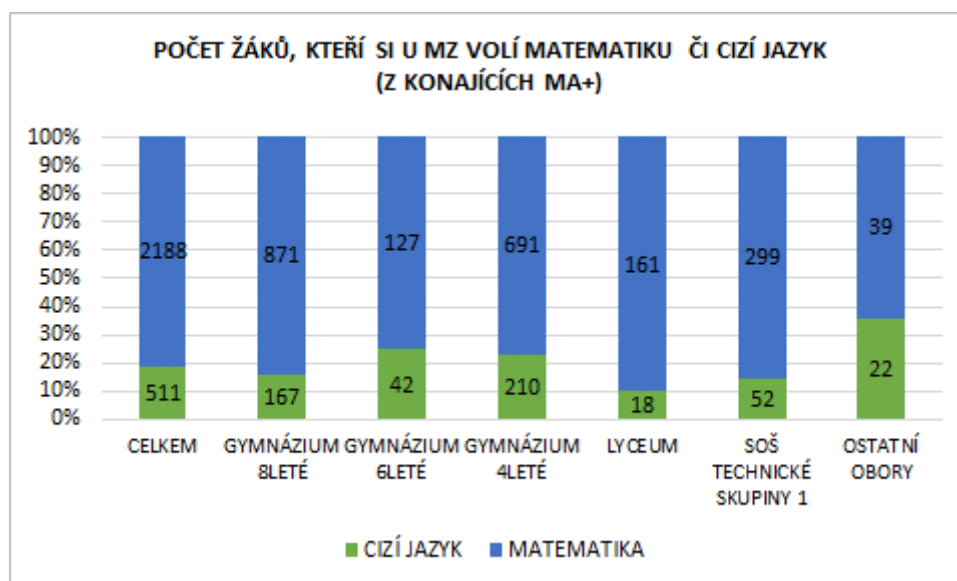
Realizace zkoušky

Zkoušku v roce 2019 konalo 2 715 žáků, průměrný procentní skóre bylo 52,3 % bodů. Nejvíce žáků bylo z osmiletých gymnázií – ke zkoušce jich přišlo 1039, v této zkoušce byli i nejúspěšnější – v průměru v testu dosáhli 61,4 % bodů. Druhá nejpočetnější skupina konajících byli žáci ze čtyřletých gymnázií, přišlo jich 902 a v průměru dosáhli na 50,1 % bodů. Třetí nejpočetnější skupinou byli žáci ze skupiny technických oborů 1, kterých se ke zkoušce dostavilo 351, v průměru pak dosáhli na 37,2 % bodů.

Zastoupení žáků z jednotlivých oborů, kteří zkoušku konali v letech 2016–2019 ukazuje následující graf:



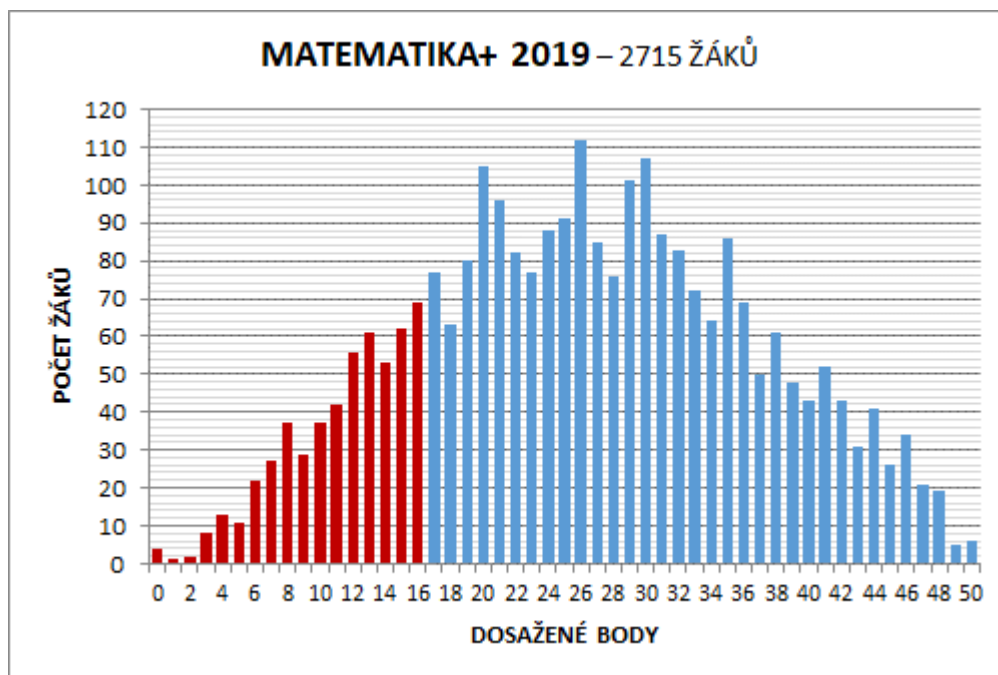
Z 2 715 žáků, kteří konali zkoušku MATEMATIKA+, si ve společné části MZ jako druhou povinnou zkoušku vybralo matematiku 2188 žáků, 511 žáků si zvolilo cizí jazyk a 16 žáků druhou povinnou zkoušku nekonalo³.



³ Druhou povinnou zkoušku SČ MZ nekonají např. žáci dvojjazyčných gymnázií.

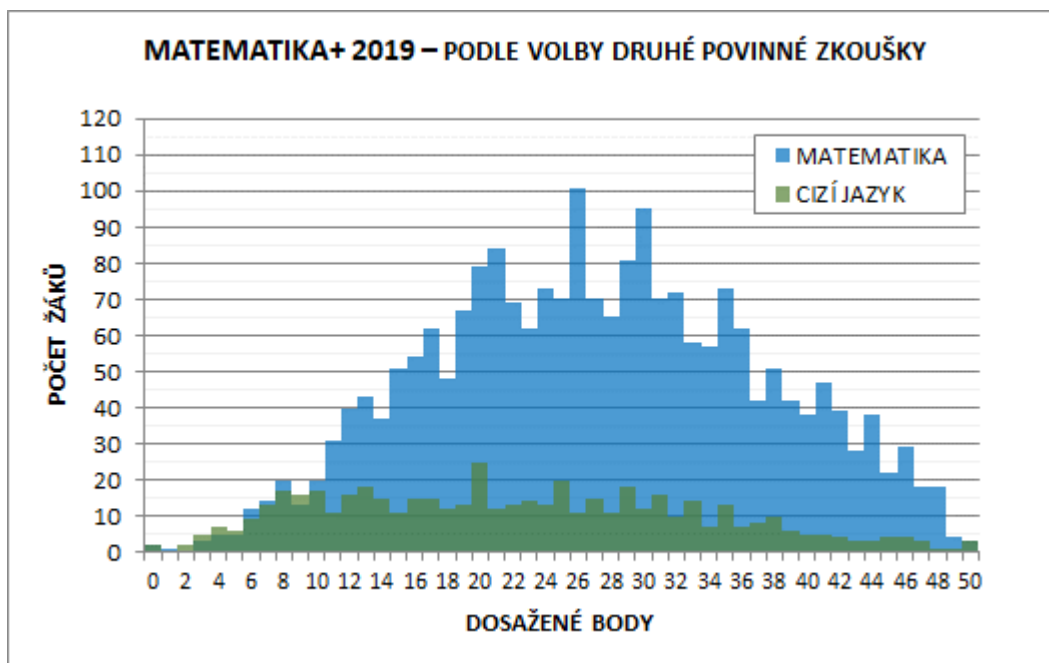
Rozložení výsledků

Z histogramu je patrné, že didaktický test velmi dobře diskriminuje. Jednoznačně lze rozlišit stupeň dosažených vědomostí a dovedností žáků. Ve zkoušce neuspělo 534 žáků, tj. 19,7 % všech konajících.



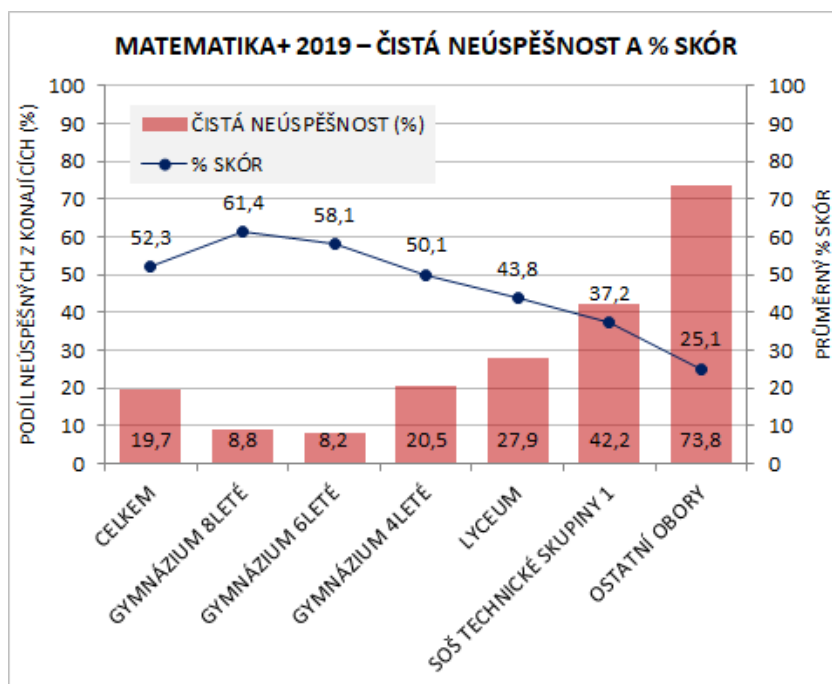
Test mj. obsahuje několik široce otevřených úloh, tedy nevyhýbá se ani hodnocení produktivních dovedností žáků. Cut-off score testu je nastaveno na 33 %, tj. 17 bodů (v grafu jsou červeně označení neúspěšní žáci). Náhodný skór testu je nízký (kolem 9 %) a reliabilita vysoká (84,5 %).

Rozložení výsledků ve zkoušce MATEMATIKA+ a zastoupení žáků podle volby druhé povinné zkoušky je následující:

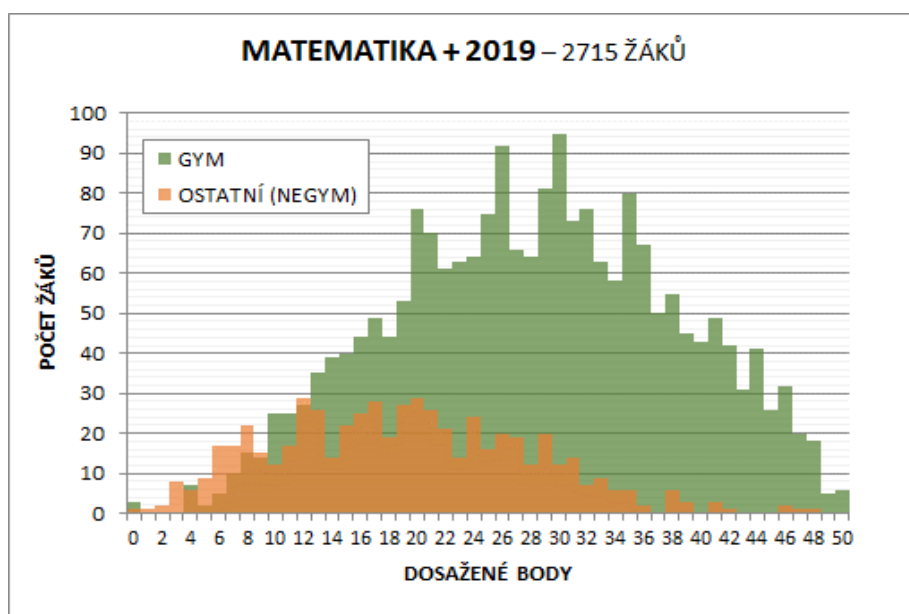


Výsledky podle studijních oborů

Ze zúčastněných žáků uspěli podle očekávání nejlépe absolventi gymnázií, žáci lyceí a středních odborných škol technických za nimi zaostávají. Absolventi ostatních středních škol na zkoušku prakticky nedosáhnou. Přesto nezanedbatelná část z nich míří na vysoké školy s technickým a ekonomickým zaměřením. Graf zobrazuje průměrné hodnoty dosaženého % skóru a čistou neúspěšnost (podíl počtu neúspěšných z počtu konajících).

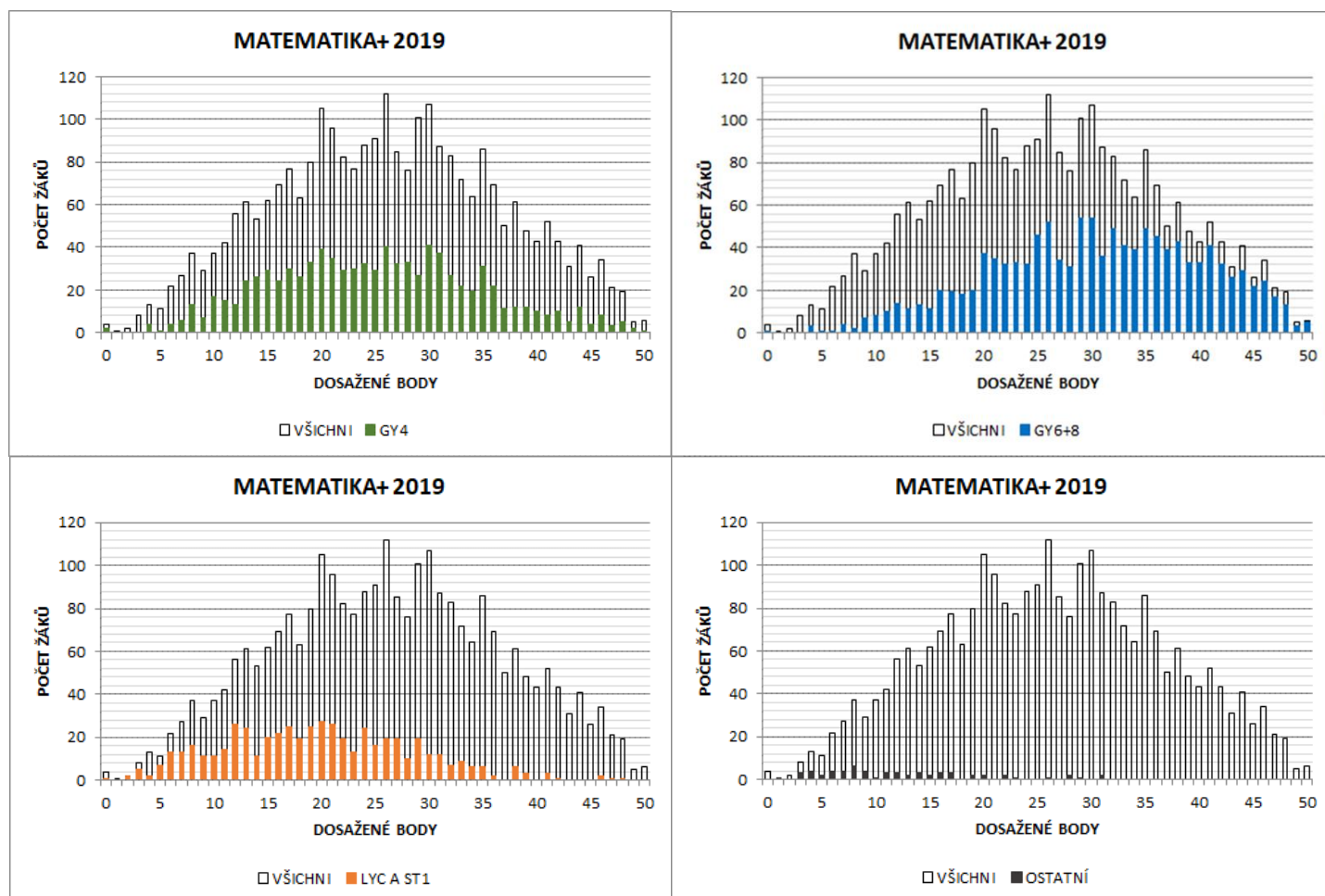


Následující graf zobrazuje výsledky gymnazistů a výsledky žáků z ostatních oborů středních škol. Mezi nejlepšími řešiteli MA+, kteří získali 49–50 bodů, jsou v roce 2019 pouze žáci gymnázií.



Hodnoticí zpráva o výsledcích pokusného ověřování obsahu, formy, organizace a hodnocení výběrové zkoušky ze středoškolské matematiky (MATEMATIKA+) v roce 2019

V následujících grafech lze sledovat rozložení výsledků čtyř základních skupin oborů vzdělání – čtyřletá gymnázia (GY4), víceletá gymnázia (GY8 a GY6), lycea a technické školy 1 (LYC a ST1) a ostatní školy.



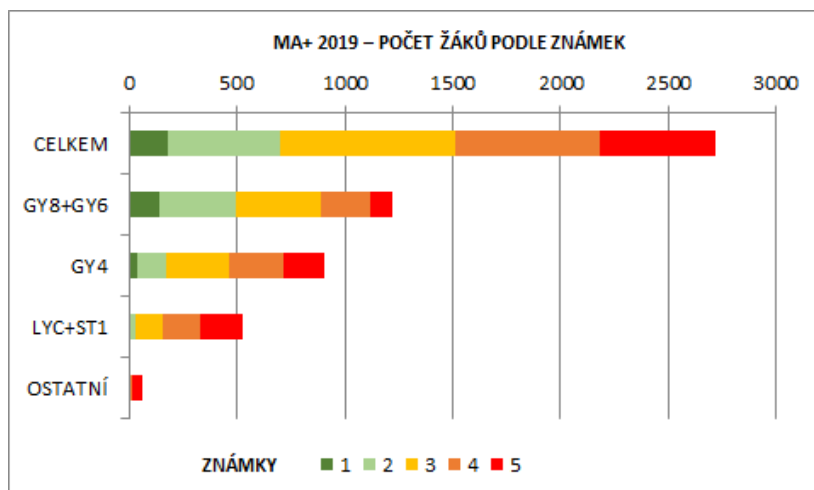
Známkování

Známka 1 nebo 2 v MATEMATICE+ garantuje vysokou úroveň vědomostí a dovedností ve středoškolské matematice. S tímto výsledkem lze s vysokou pravděpodobností předpokládat úspěšné studium na vysoké škole, a to nejen technicky zaměřené. Většinou i známka 3 ve zkoušce je spolehlivější zárukou úspěšného studia na vysoké škole než lepší známka z matematiky v rámci druhé povinné zkoušky společné části maturitní zkoušky.

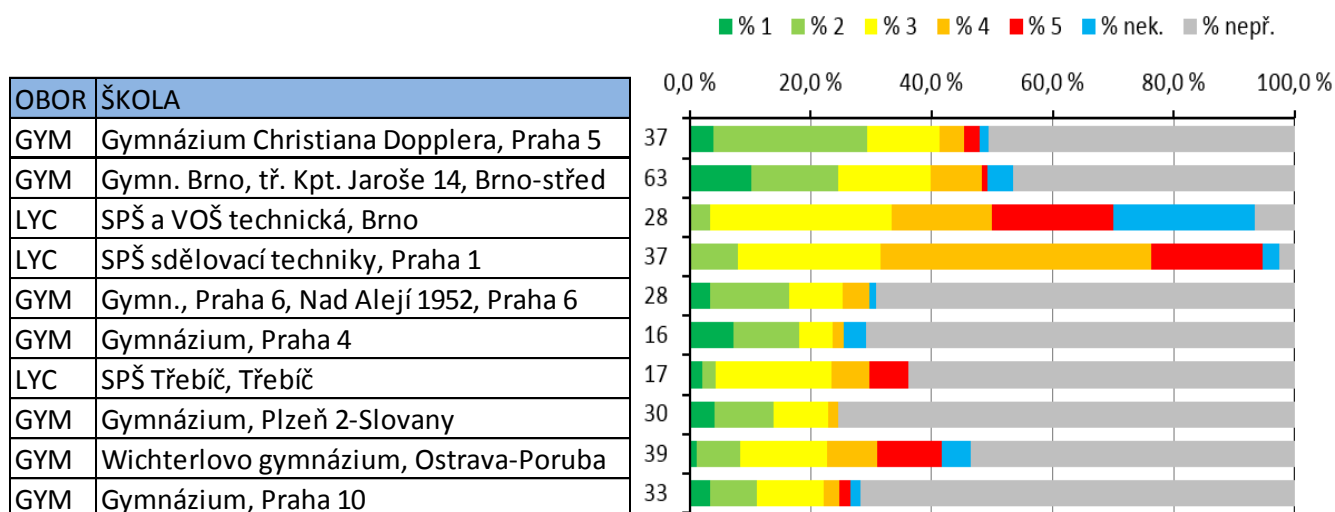
Rozložení známek podle oboru

Následující tabulka a graf ukazují rozložení známek mezi maturanty jednotlivých skupin oborů vzdělání.

MA+ 2019	ZNÁMKY - PODÍLY					KONALI ZKOUŠKU
	1	2	3	4	5	
CELKEM	6,7%	19,0%	30,0%	24,6%	19,7%	2715
GY8+GY6	11,4%	29,0%	32,5%	18,5%	8,7%	1222
GY4	4,4%	15,0%	31,9%	28,2%	20,5%	902
LYC+ST1	0,8%	5,1%	23,2%	33,6%	37,4%	530
OSTATNÍ	0,0%	0,0%	9,8%	16,4%	73,8%	61

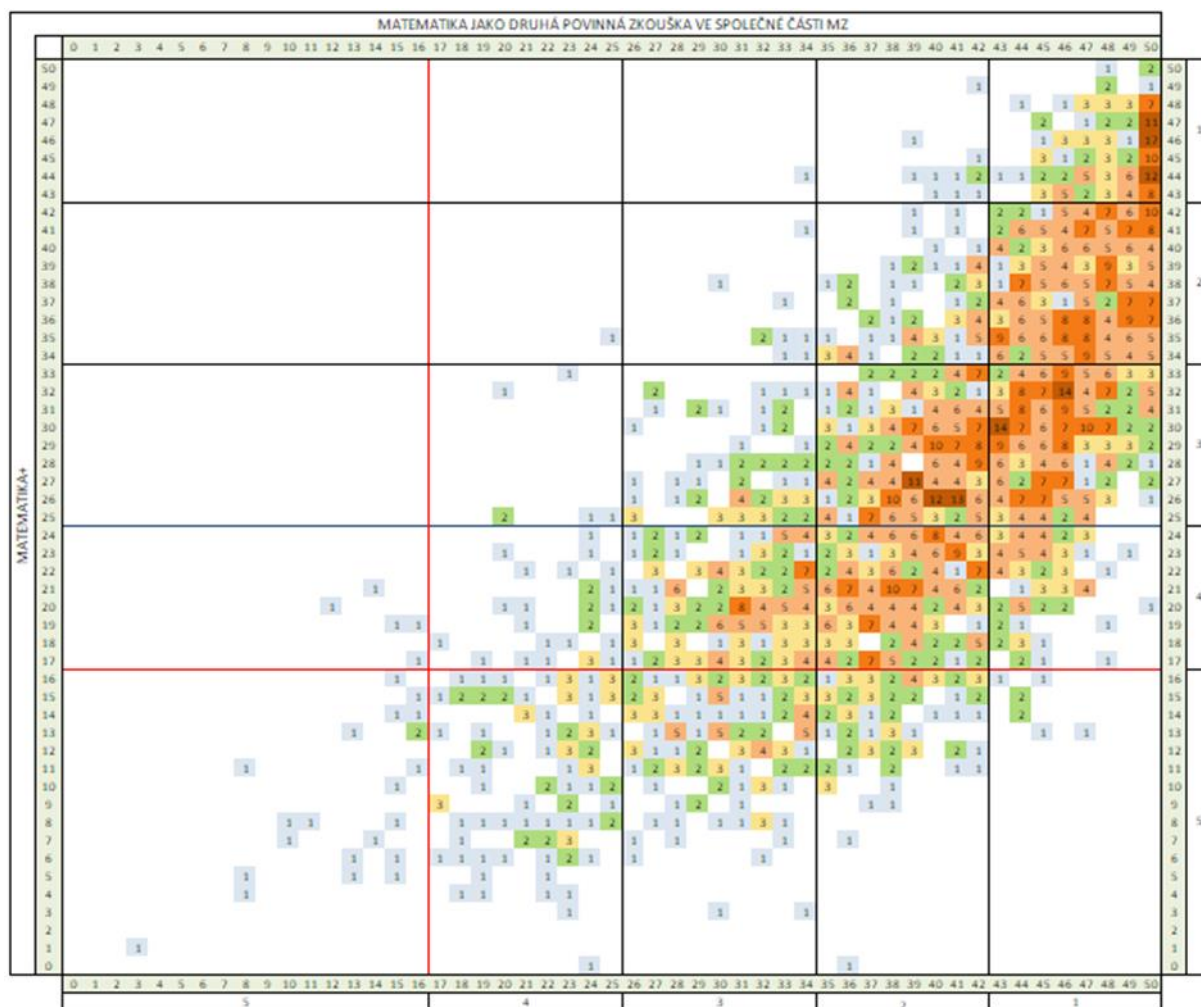


V následující tabulce jsou uvedeny střední školy s nejvyšším podílem žáků dosahujících alespoň dobrých výsledků (známky 1, 2 a 3) ve zkoušce MATEMATIKA+. 100 % v grafu představuje celkový počet žáků daného oboru školy přihlášených k maturitě ve společné části (dá se předpokládat, že až na malé výjimky je totožný s počtem žáků posledního ročníku). Mezi grafem a tabulkou je uveden počet žáků přihlášených ke zkoušce v dané škole.



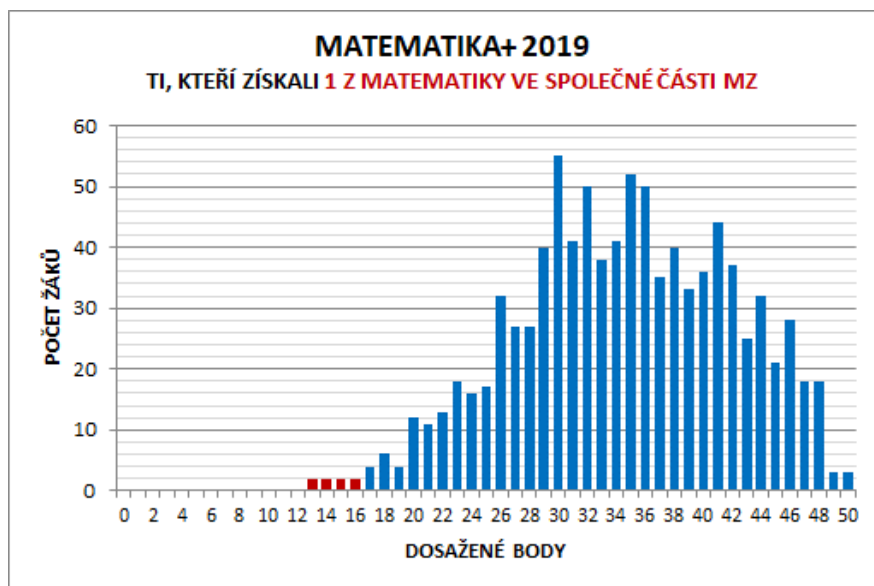
Porovnání výsledků ve zkoušce MATEMATIKA+ a v matematice ve společné části MZ

Zkoušku MATEMATIKA+ konalo 2715 žáků, z toho 2188 si ve společné části maturitní zkoušky zvolilo jako druhou povinnou zkoušku matematiku. V následujícím grafu jsou komplexně porovnávány známky v MATEMATICE+ a matematice ve společné části MZ.



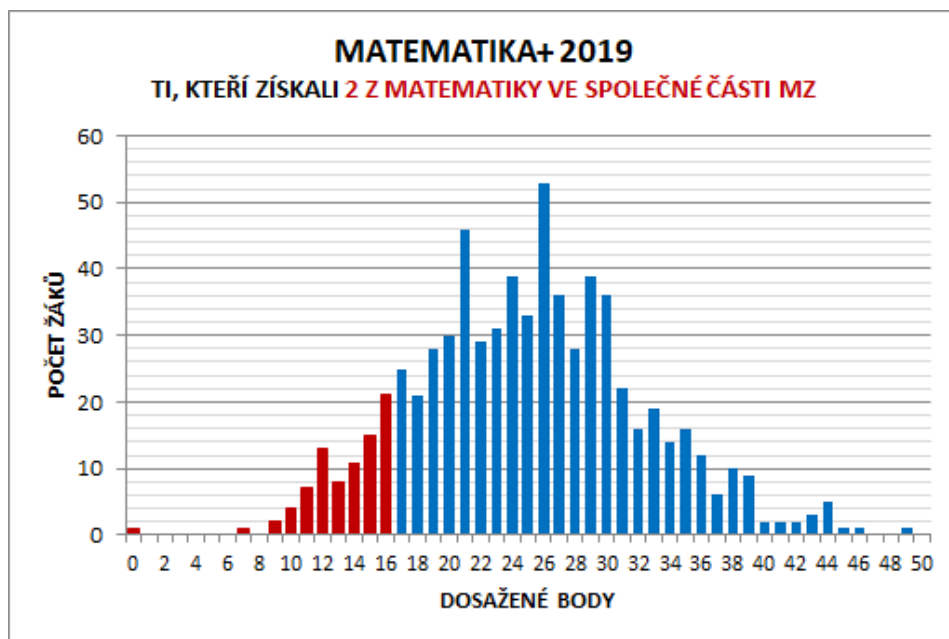
Číslo 0–50 po obvodu grafu představují počty bodů z obou testů. Na vodorovné ose jsou výsledky z matematiky ve společné části MZ, na svislé ose z MATEMATIKY+. Označení skupin 1–5 představuje známky přidělené příslušnému počtu bodů v testu. Číslo uvnitř jednotlivých pozic v grafu představují počty maturantů s příslušnou kombinací počtu získaných bodů v obou testech. Známky v MATEMATICE+ jsou v průměru o 1 až 2 stupně horší než v matematice ve společné části maturitní zkoušky. Nicméně rozptýl známek je tak výrazný, že pokus o přepočítávání individuálních výsledků v obou zkouškách pozbývá jakýkoli smysl.

Pro ilustraci lze poukázat na rozdíly žáků ve výsledcích v MATEMATICE+ ve skupině žáků, kteří **ve společné části MZ** získali z matematiky známku 1.



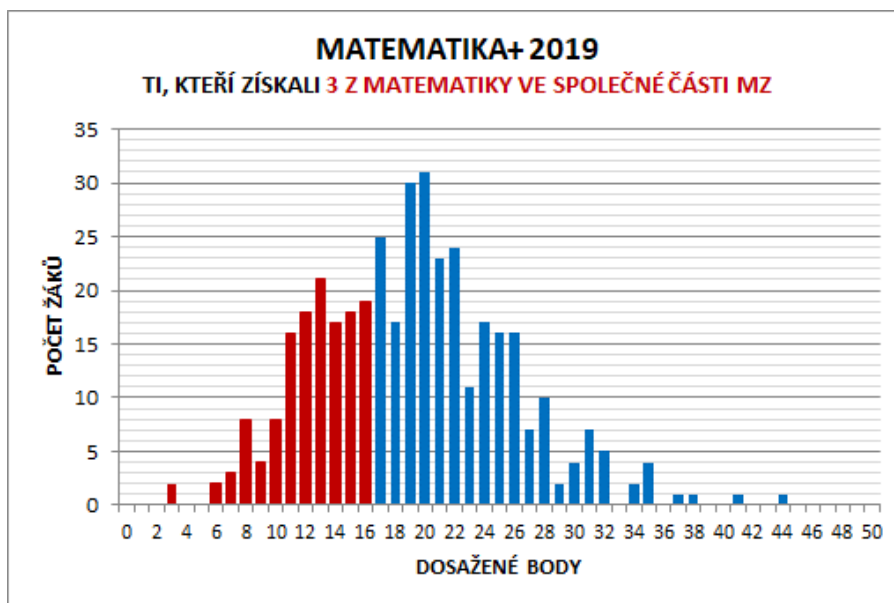
V didaktickém testu MATEMATIKA+ se výsledky sledované skupiny (935 žáků se známkou 1 z matematiky ve společné části MZ) rozložily od 13 získaných bodů v až k 50 bodům. Průměrná úspěšnost v této skupině byla 69,0 %, což odpovídá spodní hranici známky 2. Celkem 84 žáků s výborným výsledkem z matematiky ve společné části MZ mělo v MATEMATICE+ pouze výsledek dostatečný (dosáhli 17–24 bodů) a 8 žáků (0,9 % z konajících) bylo u zkoušky neúspěšných. Výborný výsledek z matematiky ve společné části MZ tedy nezaručuje kvalitní výsledek v MATEMATICE+ a nelze z něho ani usuzovat, je-li žák dobře připraven ke studiu matematiky na vysoké škole, či nikoli. Výborný výsledek ve společné části MZ garantuje pouze velmi dobré osvojení vědomostí v matematice na základní úrovni.

V následujícím grafu je rozložení výsledků z MATEMATIKY+ u skupiny žáků, kteří **ve společné části MZ** získali z matematiky známku 2.



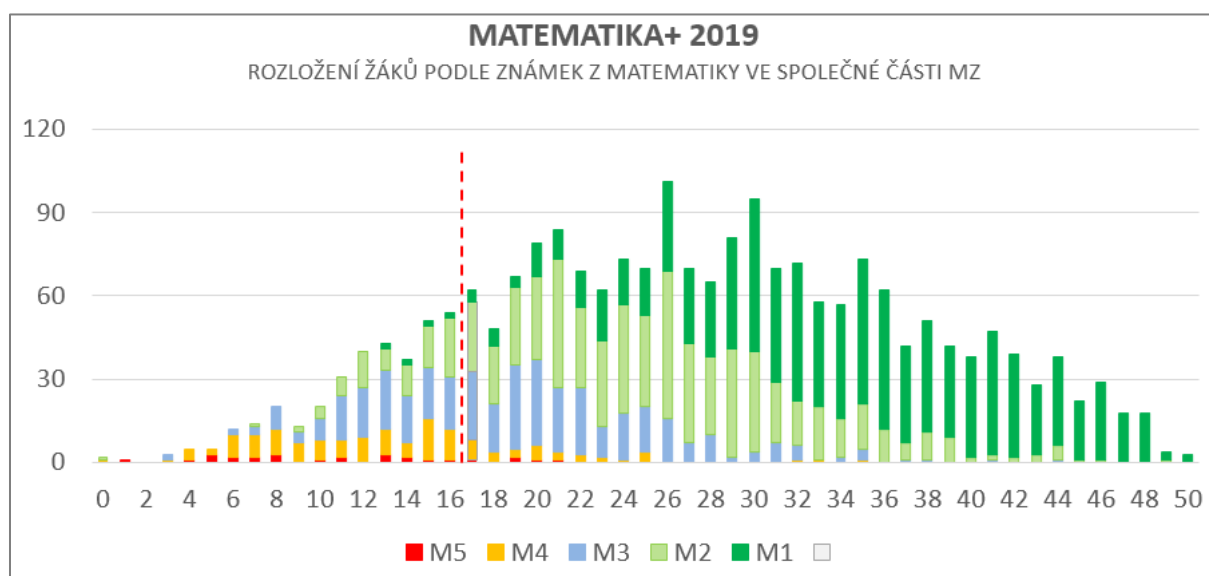
V této skupině (698 žáků) je průměrná úspěšnost v MATEMATICE+ 50,0 %, což odpovídá u této zkoušky spodní hranici známky 3. Nezanedbatelná část žáků této skupiny (11,9 %) u zkoušky neuspěla.

V následujícím grafu je rozložení výsledků z MATEMATIKY+ u skupiny žáků, kteří **ve společné části MZ získali z matematiky známku 3**.

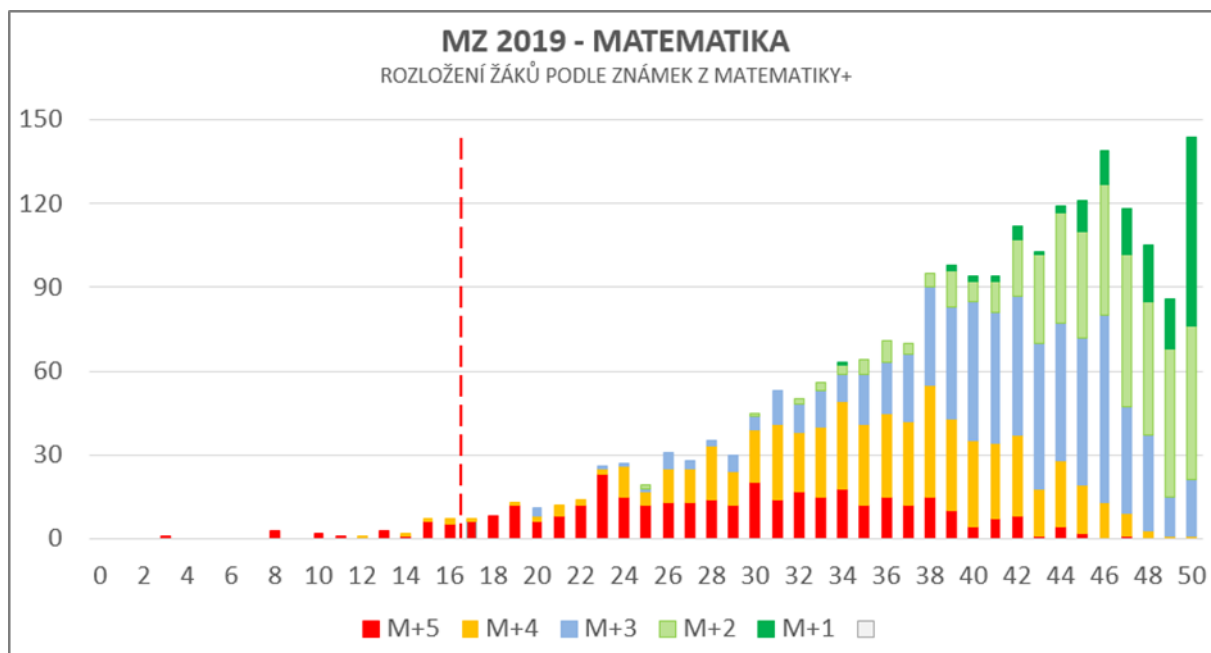


Průměrná úspěšnost těchto 391 žáků je 38,3 %, což je o 5 procentních bodů nad hranicí cut-off score (33 %) testu MATEMATIKA+. Neuspělo 34,8 % žáků této skupiny.

U skupiny žáků, kteří konali obě zkoušky (MATEMATIKU+ i matematiku ve společné části MZ), můžeme zobrazit výše uvedené vazby mezi známkou z matematiky a výsledkem v MATEMATICE+ komplexně.



Pro dokreslení uvádíme ještě opačnou závislost, tedy výsledky v matematice ve společné části MZ v závislosti na známkách v MATEMATICE+ (známky 1–5).

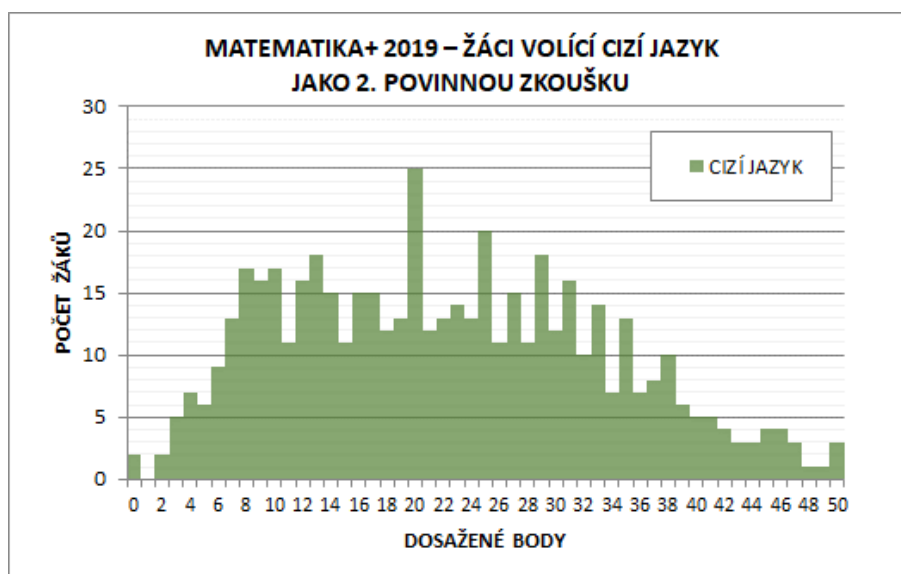


Známka 1 nebo 2 v MATEMATICE+ ve většině případů garantuje výtečný výsledek v matematice ve společné části MZ. V MATEMATICE+ bylo 160 žáků ohodnoceno známkou 1, ve zkoušce z matematiky pak 148 z nich získalo stejnou známku. Na známku 2 v MATEMATICE+ dosáhlo 451 žáků, z nich 368 mělo v matematice známku 1.

Dokonce i mezi trojkaři v MATEMATICE+ (682 žáků) skoro polovina dosáhne v matematice ve společné části MZ na známku 1 (327) a téměř všichni zbývající žáci mají známku 2 (282). I největší část skupiny žáků se známkou 4 v MATEMATICE+ (544) uspěla v testu z matematiky ve společné části MZ téměř o dva stupně lépe a 15 % žáků této skupiny dosáhlo v matematice ve společné části dokonce na známku 1. Z ostatních známek byly známky 2 a 3 daleko četnější než známka 4.

Z 351 žáků, kteří v MATEMATICE+ neuspěli, 8 žáků získalo v matematice ve společné části známku 1. Ze všech žáků konajících MATEMATIKU+ pouze 27 žáků v matematice ve společné části MZ neuspělo. V MATEMATICE+ neuspěl několikanásobně vyšší počet žáků. Mezi neúspěšnými žáky byli i někteří velice úspěšní žáci v matematice ve společné části MZ.

Předcházející grafy neobsahují výsledky z MATEMATIKY+ těch žáků, kteří si jako druhou povinnou zkoušku ve společné části MZ vybrali cizí jazyk a zkoušku z matematiky nekonali. I mezi těmito 511 žáky je nezanedbatelná část s výtečnými výsledky v MATEMATICE+.



Proč dobrá známka z matematiky ve společné části MZ nemusí garantovat dobré studijní výsledky na VŠ?

Požadavky k matematice ve společné části MZ jsou průnikem požadavků všech maturitních oborů, mj. i oborů skupiny LO („učební“ obory s maturitou) a oborů nástavbového studia.

MATEMATIKA+, která je výběrovou zkouškou, naopak obsahuje standardní požadavky pro uchazeče o studium technických oborů vysokých škol.

Katalog požadavků k MATEMATICE+ obsahuje kromě všech požadavků z katalogu k matematice ve společné části MZ ještě následující učivo (řazeno podle témat):

Číselné obory

Mocnina s racionálním exponentem, doplněk, rozdíl množin. Komplexní čísla – kompletně.

Výrazy

Výrazy s odmocninami a s racionálním exponentem, složitější úpravy mnohočlenů a lomených výrazů; výrazy s absolutní hodnotou.

Rovnice a nerovnice

Rovnice s neznámou pod odmocninou, s absolutní hodnotou, nerovnice s absolutní hodnotou, soustava kvadratické a lineární rovnice, lineární a kvadratické rovnice s parametrem, kvadratické rovnice v oboru C, početní a grafické řešení kvadratické nerovnice.

Funkce

Transformace grafů funkcí, absolutní hodnota u funkcí apod., vlastnosti funkcí – sudá, lichá, periodická, prostá, omezená apod., inverzní funkce.

Mocninná funkce, úprava výrazů s elementárními funkcemi, goniometrické rovnice (standardní) a nerovnice (jednoduché); exponenciální a logaritmické rovnice (standardní), exponenciální a logaritmické nerovnice.

Posloupnosti

Rekurentní zadání posloupnosti, vlastnosti posloupností, limita posloupnosti, nekonečná geometrická řada.

Planimetrie

Konstrukční geometrie, obvodové a středové úhly, shodná zobrazení, stejnolehlost.

Stereometrie

Polohové a metrické vlastnosti útvarů v prostoru.

Analytická geometrie

Kuželosečky, analytická geometrie v prostoru kompletně.

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Binomická věta, Pascalův trojúhelník, pravděpodobnost sjednocení a průniku jevů.

Úvodní oddíl kompetencí navíc obsahuje:

Osvojení matematických pojmů a dovedností

Dokázat jednoduchou matematickou větu, vytvořit, ověřit, zdůvodnit nebo vyvrátit hypotézu.

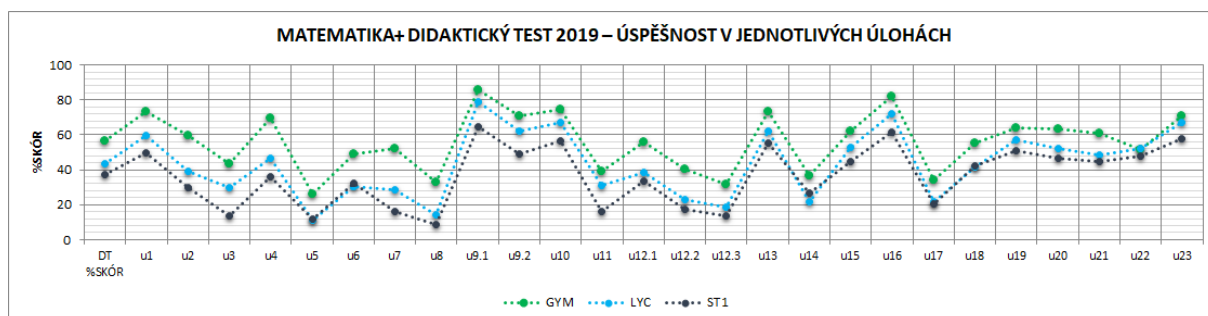
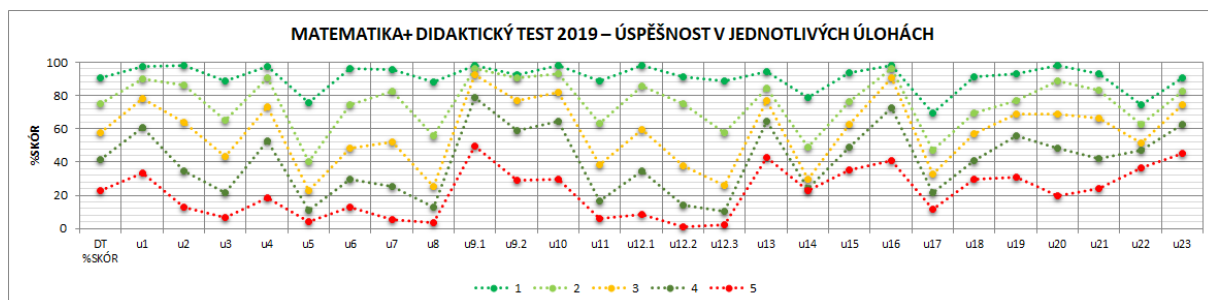
Žáci, kteří vykonali úspěšně zkoušku z matematiky společné části MZ, nemuseli být s uvedenými oblastmi učiva vůbec seznámeni.

Didaktický test MATEMATIKA+

V testu jsou zastoupeny úlohy ze všech tematických celků, které jsou předmětem středoškolské výuky (číselné množiny, algebraické výrazy, rovnice a nerovnice, funkce, posloupnosti, planimetrie, stereometrie, analytická geometrie, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika). Do didaktického testu bylo zařazeno i několik úloh, jejichž řešení předpokládá nejen velmi dobré osvojení učiva, ale i schopnost přemýšlet. Úlohy v testu mají tedy různou obtížnost – jsou zde úlohy základní obtížnosti, většina úloh je standardní obtížnosti a nejmenší počet úloh je nadstandardní obtížnosti. Tyto úlohy jsou určeny nadanějším studentům, tedy rozlišují mezi žáky, kteří mají z testu výslednou známku 1.

Test obsahuje přiměřené množství otevřených úloh (1–12), za něž lze získat 25 bodů z 50 možných.

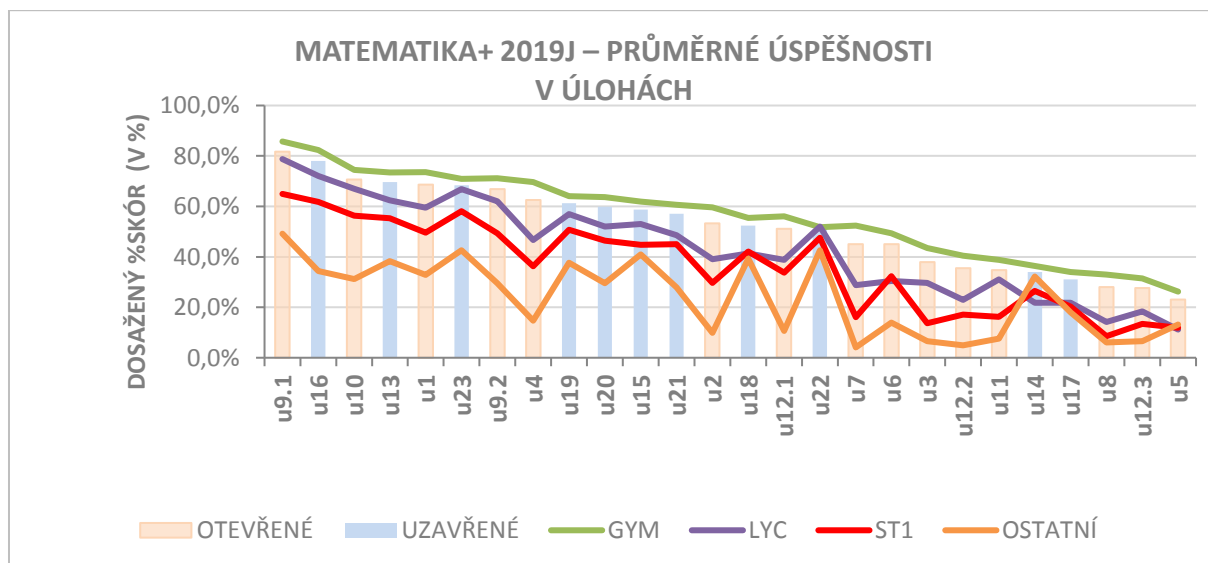
Následující grafy zobrazují úspěšnosti skupin žáků v jednotlivých úlohách. V prvním grafu jsou žáci rozděleni do skupin podle získané známky v celém didaktickém testu, v druhém jsou pak zařazeni podle oboru střední školy.



V prvním z obou grafů lze prokázat vysokou diskriminaci úloh, prakticky ve všech úlohách jsou výrazné rozdíly mezi výbornými a méně úspěšnými žáky v testu.

Ukázky úloh s komentářem a výstupy z položkové analýzy

V následujícím grafu jsou uvedeny průměrné výsledky úloh, kterých dosáhli žáci v těchto oborech studia – gymnázium (zkoušku konalo 2 124 žáků), lyceum (179 žáků), ST1 (351 žáků) a ostatní (61 žáků). Úlohy jsou seřazeny sestupně podle průměrné úspěšnosti všech účastníků.



Barevně jsou odlišeny úlohy podle typu, tedy otevřené a uzavřené úlohy. K nejlépe řešeným úlohám (úspěšnost přes 60 %) patřily čtyři otevřené úlohy 1, 4, 9 a 10 a tři uzavřené úlohy 13, 16 a 23.

V následující části jsou uvedeny stručné komentáře k jednotlivým úlohám, úspěšnosti žáků daných oborových skupin a graf porovnávající obtížnosti úloh v testu s tmavě vyznačenou průměrnou úspěšností sledované úlohy.

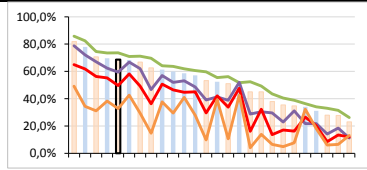
max. 2 body

1 Pro $x \in (0; +\infty)$ upravte výraz:

$$\frac{x^8 - x^4}{(x^4 + x^2)(x^2 + x)} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Algebraické výrazy			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	73,6 %	59,5 %	49,6 %	32,8 %	68,7 %



Na začátku testu byla již tradičně umístěna úloha z tematického celku Algebraické výrazy. Při jejím řešení jde v podstatě jen o vytýkání, použití vzorce pro rozklad dvojčlenu (probíráno již na základní škole) a krácení lomeného výrazu. Řešení je velmi jednoduché a rychlé. Úloha by měla být žákům dostupná již po absolvování 1. ročníku střední školy. Žáci, kteří danou úlohu nevyřešili, se v didaktickém testu pohybují kolem hranice úspěšnosti. Úloha tedy relativně dobře rozlišuje mezi způsobilými a velmi slabými žáky. K slabým žákům se řadí asi polovina žáků z oborů ST1, kteří řešili didaktický test z MATEMATIKY+, a přibližně dvě třetiny žáků z tzv. ostatních oborů.

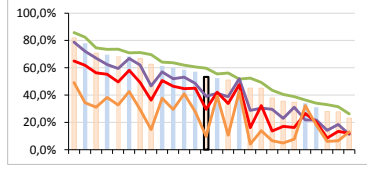
1 bod

2 Je dán výraz s proměnnou $n \in \mathbb{N}$:

$$\frac{10^{n-1}}{2} - 2 \cdot 10^{n-2}$$

Upravte jej a vyjádřete jako součin některého z přirozených čísel od 1 do 9 a mocniny čísla 10.

Tematický celek		Algebraické výrazy			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	59,7 %	39,1 %	29,6 %	9,8 %	53,3 %



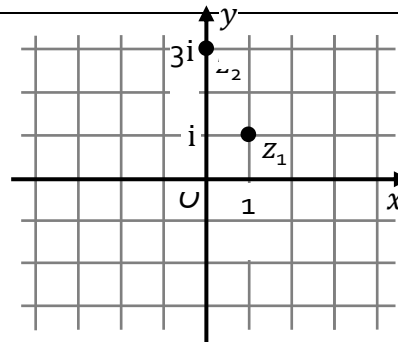
Jedná se o úzce otevřenou úlohu základní obtížnosti využívající rutinní znalost pravidel při mocnění celočíselným exponentem. Pro sloučení obou členů je potřeba aplikovat tato pravidla pro mocniny deseti s obecně daným exponentem. Problémy s touto úlohou může mít pouze žák, který se s obdobnou úlohou nikdy nesetkal, tedy směřovala-li výuka matematiky výhradně k praktickým úlohám. V takovém případě bude mít žák značný problém na vysoké škole, kde se pravděpodobně

setká např. s důkazovými úlohami, které jistá zobecnění předpokládají. Úloha výtečně diskriminuje (74,7 %).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V Gaussově rovině jsou (v mřížových bodech) zobrazena komplexní čísla z_1 a z_2 .

Platí: $z = z_1 \cdot z_2$.



(CZVV)

1 bod

- 3 Zapište v goniometrickém tvaru číslo z , jehož argument φ je z intervalu $(0; 2\pi)$.

Tematický celek		Číselné obory				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	43,5%	29,6%	13,7%	6,6%	37,9%	

Učivo o komplexních číslech se na řadě škol přesunulo do seminářů nebo do projektových dnů a některé střední školy na toto učivo zcela rezignovaly. Přitom komplexní čísla se používají i v dalších odborných předmětech (elektrotechnika, fyzika) středních škol a vysoké školy mívají toto téma tradičně v testech u přijímacích zkoušek. Oproti loňskému roku, kdy byla v testu zařazena rovněž jednoduchá úloha z oboru komplexních čísel, jsme zaznamenali výrazné zlepšení (více než dvojnásobné). Letošní úlohu lze přiřadit k naprostým základům. Zhruba třetina žáků úlohu vůbec neřešila, i proto je průměrná úspěšnost vzhledem k jednoduchosti úlohy relativně nízká.

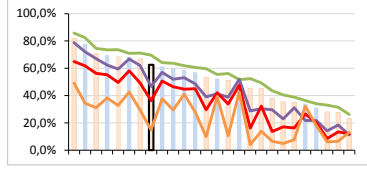
max. 2 body

- 4 Třetí mocnina neznámého čísla je o 100 menší než druhá mocnina součtu téhož neznámého čísla s číslem 10.

Vypočtete neznámé číslo. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Rovnice a nerovnice			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	69,6%	46,6%	36,3%	14,8%	62,6%



Úloha vyžaduje nejprve symbolický přepis textu do rovnice a poté její vyřešení. Pro výběrovou skupinu řešitelů MATEMATIKY+ jde o běžné požadavky, čemuž odpovídá i relativně vyšší průměrná úspěšnost. S úlohou si poradila i řada žáků, kteří v didaktickém testu dosáhli pouze na známku 4. Úlohu vynechalo asi 14 % řešitelů. Nedostatků v řešení úlohy se objevily při sestavování rovnice, méně pak v jejím řešení. Nejčastější (očekávanou) chybou byla ztráta jednoho kořene.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

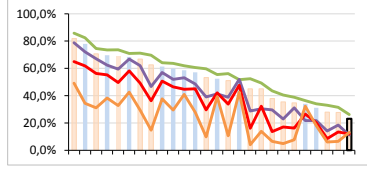
Každý pracovník firmy mluví alespoň jedním ze dvou jazyků – anglicky nebo německy.
Polovina těch, kteří mluví německy, mluví i anglicky.
Třetina těch, kteří mluví anglicky, mluví i německy.

(CZVV)

1 bod

- 5 Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část všech pracovníků firmy mluví oběma jazyky (anglicky i německy).

Tematický celek		Množiny; Rovnice a nerovnice			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	26,2%	11,2%	12,0%	13,1%	23,1%



Relativně jednoduše zadaná slovní úloha má velice nízkou úspěšnost, dokonce nejnížší ze všech otevřených úloh. Úlohu lze vyřešit užitím vhodného grafického množinového modelu, resp. pouhou úvahou. Žáci mají pravděpodobně nedostatečné zkušenosti s řešením jednoduchých problémových úloh. Na základní škole i v nižších ročnících víceletých gymnázií se slovními úlohami, pozornému čtení textů a hledání různých strategií řešení věnuje pravděpodobně méně pozornosti, než by bylo třeba. Na střední škole je pak zřejmě tato oblast považována za spíše okrajovou záležitost.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

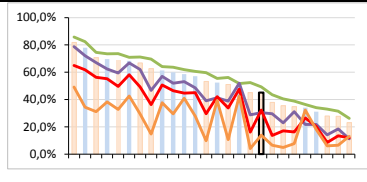
K dispozici je 11 ampulí o stejném objemu.
Do 3 ampulí dohromady se vejdou více než 4 centilitry tekutiny, ale méně než 5 centilitrů.
Do 4 ampulí dohromady se vejde více než 5 centilitrů tekutiny, ale méně než 6 centilitrů.
Celkový objem 11 ampulí je přesně n centilitrů, kde n je přirozené číslo.

(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte n .

Najděte všechna řešení.

Tematický celek		Rovnice a nerovnice, číselné obory				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	49,3%	30,4%	32,3%	13,9%	45,1%	

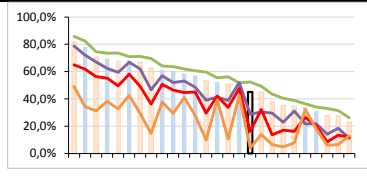
Aplikační úloha standardní obtížnosti vyžaduje nalezení vhodné (relativně jednoduché) strategie řešení, která vede k soustavě lineárních nerovnic. V daném případě nestačí jen prostý odhad. Jde o netradiční úlohu, která odhalí, jak je maturant připraven aplikovat základní znalosti na řešení jednoduchých nestandardních situací.

max. 2 body

7 Pro $\alpha \in (0; 2\pi)$ řešte:

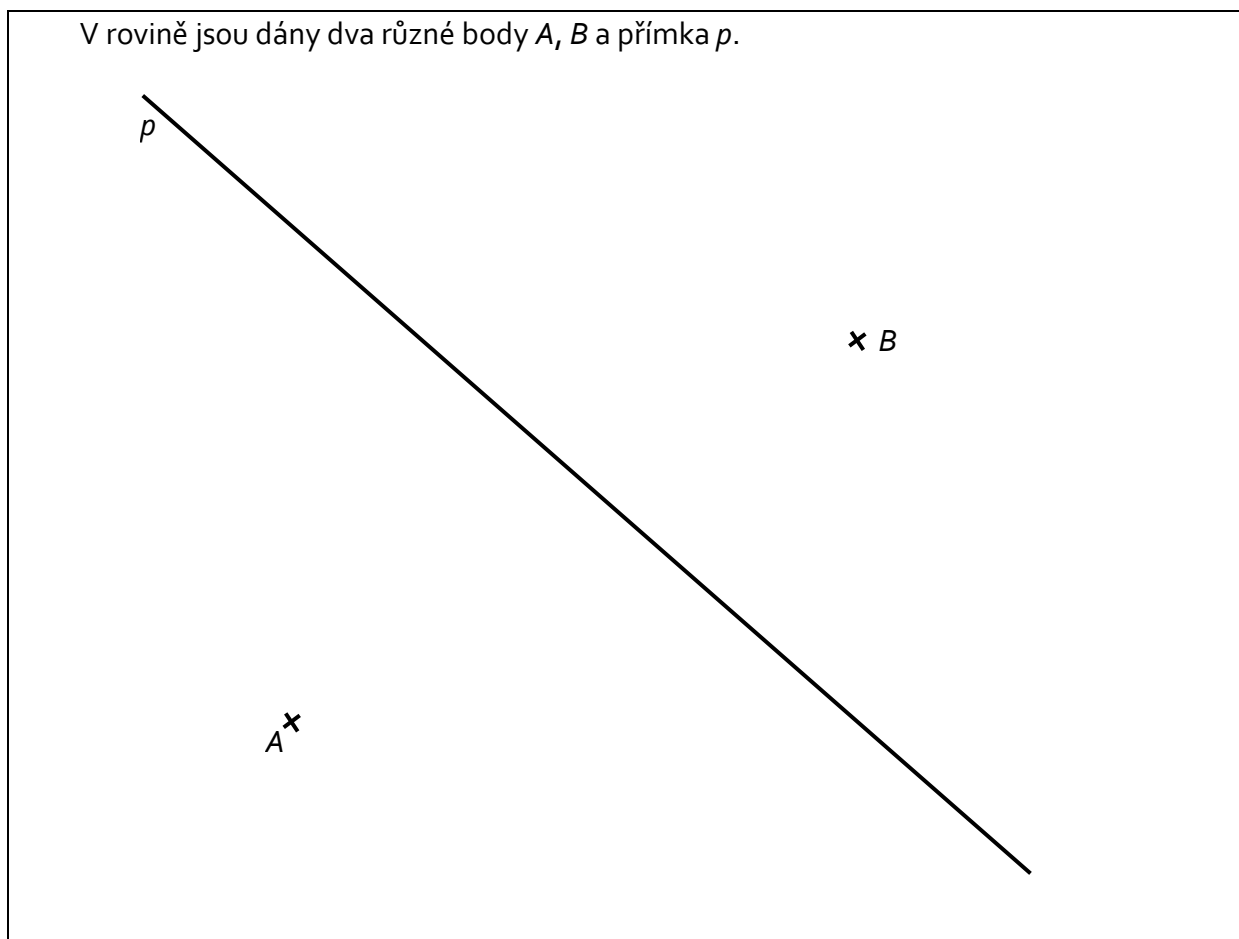
$$\sin 2\alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Funkce				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	52,4%	28,8%	16,1%	4,1%	45,1%	

Uvedená goniometrická rovnice je tradiční úlohou standardní obtížnosti. Jistým zjednodušením je možnost používat matematické tabulky, v nichž lze najít potřebné goniometrické vzorce. Následným vytknutím úloha vede k rovnici v součinném tvaru. Stěžejní je však řešení goniometrických rovnic a nalezení všech řešení v daném definičním oboru. Velmi nízké úspěšnosti dosáhli žáci všech negymnaziálních oborů. Ukazuje se, že nemají dostatečně procvičené zcela tradiční učivo. Úloha má vysokou diskriminaci (78,6 %) i biseriální korelaci se zbytkem testu (0,546).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8



(CZVV)

max. 3 body

- 8** Body A, B jsou vrcholy trojúhelníku ABC . Na přímce p leží paty výšek trojúhelníku ABC vedených z vrcholů B a C .
(Pata výšky na stranu AB je průsečík této výšky s přímkou AB .)
- 8.1** Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a zapište rozbor nebo postup konstrukce pro chybějící vrchol C trojúhelníku ABC .
- 8.2** V obrázku sestrojte chybějící vrchol C trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

Tematický celek		Planimetrie				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	33,0%	14,2%	8,5%	6,0%	28,0%	

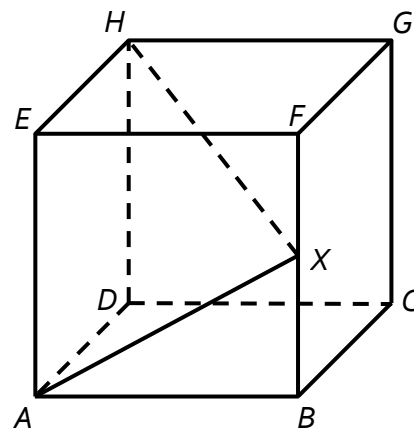
Konstrukční úlohy z planimetrie patří tradičně k méně úspěšným úlohám. Žáci přicházející na střední školy mívají v této oblasti zpravidla slabé základy ze základní školy a na střední škole nebývá dost prostoru k dodatečnému vybudování potřebných dovedností. Daná úloha využívá mj. Thaletovy

kružnice, což je množina, které se v konstrukční geometrii věnuje značná pozornost. Zcela zásadní je náčrtek a rozbor úlohy. Obtížnost úlohy se jeví jako nadstandardní, a to ani ne tak pro způsob řešení (řešení je relativně jednoduché), ale spíše kvůli nedostatečné zkušenosti žáků s řešením geometrických úloh.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V krychli $ABCDEFGH$ je bod X střed hrany BF .

Platí: $|AX| = \sqrt{20}$ cm.



(CZVV)

max. 2 body

9 Vypočtete v cm

9.1 délku hrany krychle,

9.2 vzdálenost bodů X a H .

Tematický celek			Stereometrie, planimetrie				
úspěšnost		Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	9.1	85,7%	78,8%	65,0%	49,2%	81,8%	
	9.2	71,2%	62,0%	49,3%	29,5%	66,8%	

Metrická úloha ze stereometrie patří k nejsnadnějším v celém testu. V první části úlohy je třeba použít Pythagorovu větu v pravoúhlém trojúhelníku ABX . Ve druhé části úlohy lze použít k výpočtu kterýkoli z dalších pravoúhlých trojúhelníků obsahujících stranu HX (EHX , GHX , FHX apod.), resp. rovnoramenný trojúhelník DHX apod. Tato část úlohy je o něco náročnější na prostorovou představivost než předchozí část. Na technických školách by mělo být řešení úlohy rutinní záležitostí, přesto jsou zde žáci méně úspěšní než na gymnáziích.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Byla vybrána skupina tří zaměstnanců, jejichž platy tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Z těchto tří platů je nejvyšší plat o 25 % vyšší než nejnižší plat a aritmetický průměr všech tří platů je 36 000 korun.

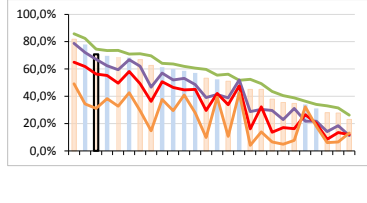
(CZVV)

max. 2 body

- 10 Vypočtete, o kolik korun se liší nejvyšší a nejnižší plat ve vybrané skupině.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Posloupnosti a řady, finanční matematika			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	74,5%	67,0%	56,3%	31,1%	70,7%



Úloha je jednou ze tří nejjednodušších úloh v testu. Aritmetická posloupnost patří tradičně i ve společné části maturitní zkoušky k dobře zvládnutému učivu. Navíc jde skutečně o velmi jednoduchou aplikaci. Přesto úlohu vůbec neřešilo téměř 11 % žáků a s řešením mělo problém ještě dalších 6 % žáků. Většina žáků však řešila úlohu bezchybně a asi 4 % žáků ji řešila s drobnou chybou. Tuto úlohu by bylo možné zařadit i do společné části maturitní zkoušky.

max. 3 body

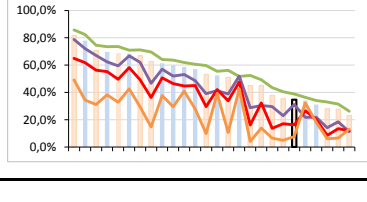
- 11 Graf funkce $f: y = \frac{ax + 6}{x - 2}$ s proměnnou $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ protíná souřadnicové osy x, y ve dvou bodech, které mají stejnou vzdálenost od počátku O soustavy souřadnic Oxy .

Určete hodnotu reálného koeficientu a .

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Funkce (analytická geometrie)			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	38,8%	31,1%	16,2%	7,7%	34,7%



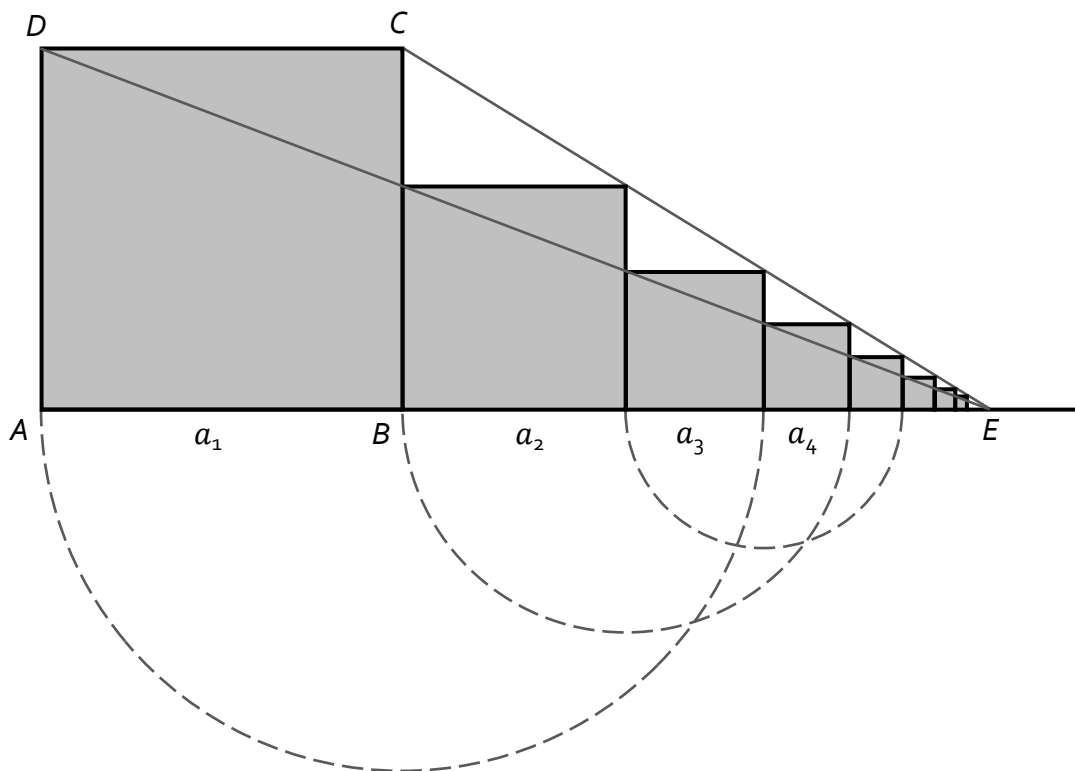
Nestandardní úlohu vynechalo kolem 42 % žáků. Naopak úspěšní řešitelé předvedli širokou škálu řešení. Úloha výtečně odlišila kreativní žáky, které nezaskočí ani méně obvyklé zadání, od žáků, kteří upřednostňují obtížnější, avšak nacvičené úlohy. Samotné řešení není nikterak neschůdné, ale předpokládá samostatnou úvahu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Každý ze zobrazených čtverců má dva sousední vrcholy na přímce AE , další vrchol na přímce CE a poslední vrchol na přímce DE .

Zobrazené čtverce splňují současně následující podmínky:

- délka strany prvního čtverce je $a_1 = 1$ dm,
- délky stran všech po sobě jdoucích čtverců tvoří geometrickou posloupnost,
- délka strany každého čtverce je součtem délek stran dvou následujících čtverců.



(CZVV)

max. 4 body

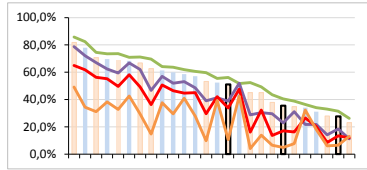
12

12.1 Vyjádřete (bez zaokrouhlení) kvocient q dané posloupnosti.

12.2 Vypočtěte v dm (bez zaokrouhlení) délku úsečky AE .

12.3 Vypočtěte v dm^2 obsah trojúhelníku CDE .

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy 12 celý postup řešení.

Tematický celek			Posloupnosti a řady, rovnice a nerovnice, planimetrie				
úspěšnost	12.1	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
		56,1%	38,8%	33,8%	10,7%	51,1%	
		40,4%	22,9%	17,1%	4,9%	35,5%	
	12.3	31,5%	18,4%	13,4%	6,6%	27,7%	

První část úlohy na geometrickou posloupnost zadanou graficky vyřešila více než polovina žáků. Jde o úlohu standardní obtížnosti. Algebraické řešení vede ke koeficientu vyjadřujícímu zlatý řez. Ve druhé části úlohy lze použít vzorec pro součet nekonečné geometrické řady, ale úlohu lze řešit i užitím podobnosti trojúhelníků. Za předpokladu, že je vyřešena předchozí část, úloha by neměla být pro žáky obtížná. Třetí část úlohy je triviální za předpokladu, že se řešitel nenechá ovlivnit spleť předchozích částí, a obsah obrazce určí čistě geometricky (je snadné určit délku základny i výšku trojúhelníku). Z výsledků všech částí úlohy je vidět převažující bezradnost žáků z negymnaziálních oborů.

max. 3 body

13 Přiřaďte každé nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru $\mathbb{R}$.

13.1 $\frac{x-1}{x} < 1$ _____

13.2 $2 \cdot 4^{2-x} - \log_4 16 < 0$ _____

13.3 $\log_{0,5}(x-1) > 0$ _____

A) $(-\infty; 0)$

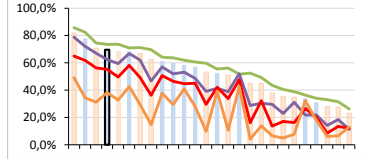
B) $(-\infty; 2)$

C) $(1; 2)$

D) $(2; +\infty)$

E) $(0; +\infty)$

F) jiná množina

Tematický celek		Rovnice a nerovnice; Funkce				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	73,5%	62,4%	55,3%	38,3%	69,6%	

První dvě podúlohy mají vyšší průměrnou úspěšnost (78,5 % a 75,4 %) než třetí část (55,0 %). Jedná se o úlohy základní úrovně obtížnosti, které patří mezi tradiční školské úlohy. Ve třetí části žáci poměrně často řešili správně nerovnici, ale ignorovali podmínku pro funkci logaritmus. Někteří žáci řešili chybně i nerovnici, když ignorovali základ menší než 1.

max. 3 body

14 Ve skupině je 23 párů (muž a žena).

Určete, kolika způsoby (A–F) lze z této skupiny vybrat

14.1 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru; _____

14.2 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru a alespoň 1 osoba je muž; _____

14.3 **čtveřici** osob obsahující právě jednu dvojici z téhož páru. _____

A) 7 590

B) 12 397

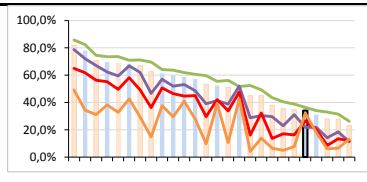
C) 13 409

D) 14 168

E) 21 252

F) jiným počtem

Tematický celek		Kombinatorika a pravděpodobnost			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	36,4%	21,8%	26,5%	32,2%	34,0%

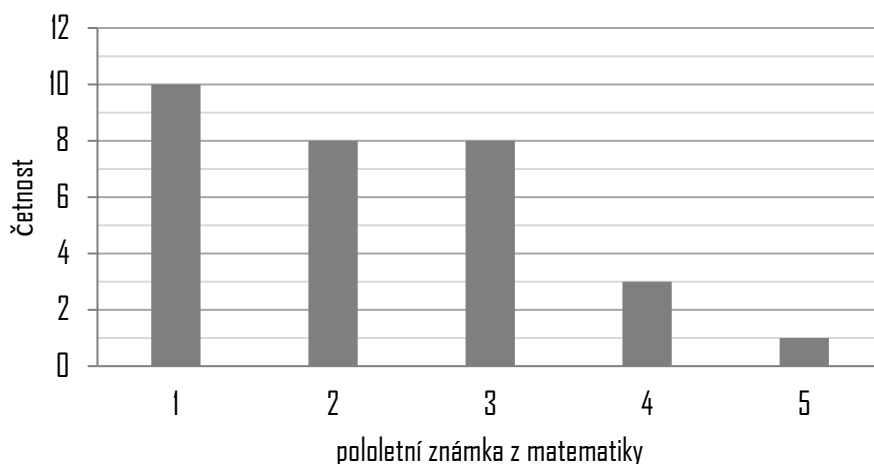


Úlohy z pravděpodobnosti patří obvykle k nejméně úspěšným úlohám a zejména žáci z negymnaziálních oborů mají s jejich řešením problém. V daném případě však nedopadli dobře ani žáci gymnázií. Jde tedy o úlohu nadstandardní obtížnosti, kterou řeší zpravidla jen žáci patřící k výborným řešitelům celého testu. Naměřené hodnoty úspěšnosti ve třetí části úlohy se u žáků negymnaziálních oborů blížily hodnotám pravděpodobnosti náhodného výběru správné odpovědi a lze tedy předpokládat, že bez tipování by úloha dopadla ještě mnohem hůře. První část úlohy byla nejúspěšnější, třetí část nejméně úspěšná.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

Ve třídě 4. A je 14 chlapců a 16 dívek. Ve skupině všech chlapců této třídy je medián pololetních známek z matematiky 2,5.

V následujícím grafu je uvedeno rozdělení četností pololetních známek z matematiky ve 4. A.



(CZVV)

2 body

15 Jaký je největší možný počet dívek, které mohly za daných podmínek získat známku 3?

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 4
- E) jiný počet

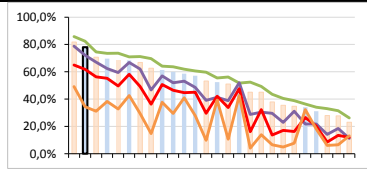
Tematický celek		Statistika				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	62,0%	53,1%	44,7%	41,0%	58,7%	

Řešení úlohy vyžaduje jistou míru logického uvažování. Nestačí jen určit medián, ale je nutné chápat tento pojem i ve vztahu k další statistické veličině (např. k četnosti). Přesto úlohu řadíme spíše k úlohám základní obtížnosti.

2 body

16 Která z následujících funkcí je v intervalu $\langle 1; +\infty \rangle$ rostoucí?

- A) $f_1: y = |x - 2| + 1$
- B) $f_2: y = 2 - |x + 1|$
- C) $f_3: y = |x - 1| - 2$
- D) $f_4: y = 2 - |x - 1|$
- E) žádná z uvedených

Tematický celek		Funkce				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	82,4%	72,1%	61,8%	34,4%	78,0%	

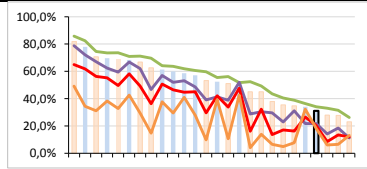
Jedná se o klasickou úlohu standardní obtížnosti posuzující průběh lineární funkce s absolutní hodnotou v daném intervalu. Protože jde o tradičně procvičované učivo jak na gymnáziích a lyceích, tak na technických odborných školách, úloha patří k nejlépe zvládnutým.

2 body

17 Je dána funkce $g: y = x^2 - 4x + 4, x \in (-\infty; 0)$.

Jaký je definiční obor inverzní funkce g^{-1} k funkci g ?

- A) $D(g^{-1}) = \langle 4; +\infty \rangle$
- B) $D(g^{-1}) = \langle 0; +\infty \rangle$
- C) $D(g^{-1}) = (-\infty; 4)$
- D) $D(g^{-1}) = (-\infty; 0)$
- E) Žádný, k funkci g neexistuje inverzní funkce.

Tematický celek		Funkce				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	34,0%	21,8%	20,2%	18,0%	31,1%	

Inverzní funkce jsou důležitou součástí učiva mj. pro pochopení logaritmické funkce, racionálních funkcí apod. Tedy s inverzními funkcemi by se středoškolák měl při výuce matematiky setkat. Na VŠ se na toto učivo aplikuje např. při zavádění cyklometrických funkcí. Pochopení vztahu definičního oboru a oboru hodnot mezi funkcí a inverzní funkcí a vztahu mezi grafy těchto funkcí je základem k porozumění navazujícího učiva. Z výsledků žáků při řešení poměrně jednoduché úlohy je však patrné, že toto učivo nemají žáci vůbec osvojeno.

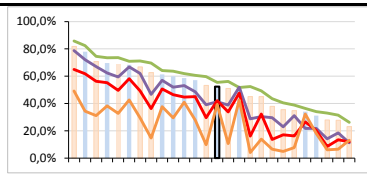
2 body

- 18 Obrazem kružnice $k: (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ v osově souměrnosti s osou o je kružnice $l: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

Která z následujících rovnic je rovnice osy souměrnosti o ?

- A) $2x + y = 0$
- B) $2x - y = 0$
- C) $x + 2y = 0$
- D) $x - 2y = 0$
- E) žádná z uvedených

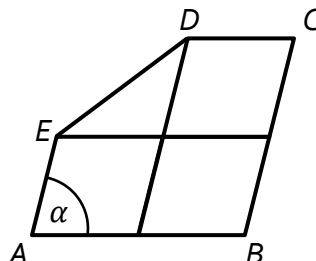
Tematický celek		Analytická geometrie, planimetrie			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	55,4%	41,3%	42,2%	39,3%	52,4%



Při řešení úlohy je potřeba využít základní učivo z planimetrie (osová souměrnost) a učivo z analytické geometrie (kuželosečky). Výsledky žáků v této úloze standardní obtížnosti jsou výrazně podprůměrné. Učivo o kuželosečkách, které je obsaženo v RVP pro gymnázia, vypadlo z RVP pro odborné technické obory. I když bývá učivo o kuželosečkách na technických školách tradičně začleňováno do ŠVP, věnuje se mu málo pozornosti, neboť není součástí požadavků ke společné části maturitní zkoušky z matematiky.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Pětiúhelník $ABCDE$ se skládá ze 3 shodných kosočtverců o straně délky 3 cm a tupoúhlého trojúhelníku. Dále platí, že $\cos \alpha = \frac{1}{9}$.

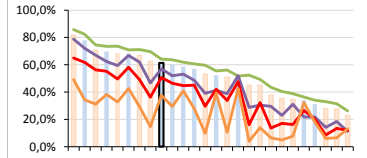


(CZVV)

2 body

19 Jaký je obvod pětiúhelníku $ABCDE$?

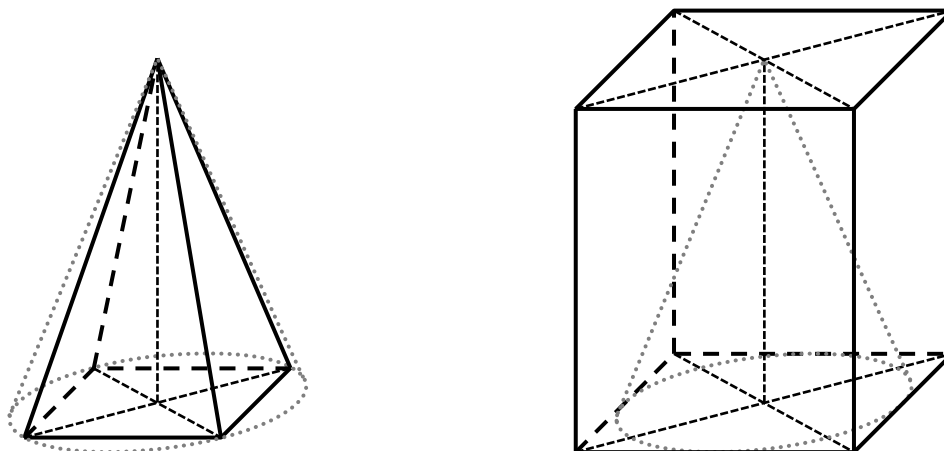
- A) $(18 + 2 \cdot \sqrt{5})$ cm
- B) $(18 + 3 \cdot \sqrt{2})$ cm
- C) 22 cm
- D) $(18 + 2 \cdot \sqrt{3})$ cm
- E) jiný obvod

Tematický celek		Planimetrie				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	64,1%	57,0%	50,7%	37,7%	61,3%	

Pro výpočet obvodu je nutné dopočítat délku úsečky DE , která je stranou rovnoramenného trojúhelníku. Je možné využít vlastnosti, že hodnoty kosinu vedlejších úhlů se liší pouze znaménkem, a poté dosadit dané hodnoty do příslušného vzorce (kosinová věta). Je však možné použít i jiné způsoby řešení. Způsob řešení úlohy musí řešitel sám zvolit. Výsledky žáků v této úloze jsou jen o něco lepší, než je průměrný výsledek v celém testu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do rotačního kužele je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan. Témuž kuželi je opsán pravidelný čtyřboký hranol.



(CZVV)

2 body

20 Kolikrát větší je objem hranolu než objem jehlanu?

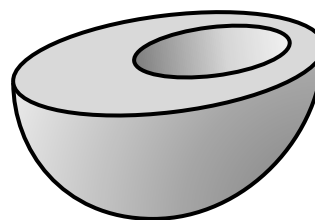
- A) méně než 5krát
- B) 5krát
- C) $\frac{5\pi}{3}$ krát
- D) 6krát
- E) více než 6krát

Tematický celek		Stereometrie				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	63,7%	52,0%	46,4%	29,5%	59,9%	

Jde o jednoduchou úlohu, která využívá poznatků z výuky matematiky na ZŠ (Pythagorova věta, objem kváдру, objem jehlanu). Proto ani mírně nadprůměrné výsledky v úloze nelze považovat za dobré. Zejména nízká úspěšnost na odborných školách technického zaměření je doslova zarážející. Žákům pravděpodobně vadí obecné zadání. (Mohou se mu vyhnout dosazením libovolných rozměrů kužele a úlohu dopočítat pro konkrétní hodnoty.) Pokud nebudou žáci při řešení úloh používat ani jednoduché obecné principy a v matematice budou řešit jen tzv. praktické úlohy, z výuky se vytratí to, co je pro matematiku charakteristické.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V dřevěné polokouli s poloměrem r byla vytvořena prohlubeň tvaru polokoule s poloměrem $\frac{r}{2}$ tak, že podstavy obou polokoulí leží v téže rovině.



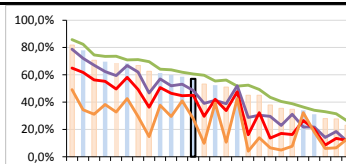
(CZVV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (včetně plochy prohlubně)?

- A) $\frac{5\pi r^2}{2}$
- B) $\frac{13\pi r^2}{4}$
- C) $\frac{7\pi r^2}{2}$
- D) $\frac{15\pi r^2}{4}$
- E) jiný povrch

Tematický celek		Stereometrie			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	60,6%	48,6%	45,0%	27,9%	57,1%



Úloha ze stereometrie využívá vzorce pro výpočet povrchu koule a vzorce pro výpočet obsahu kruhu. Jediným úkolem žáka je použít vzorce vhodným způsobem, dosadit do nich správné hodnoty a výraz upravit (mj. má žák k dispozici tabulky). Úloha tedy testuje, zda žák umí aplikovat naučené nebo vyhledané informace v konkrétní jednoduché situaci. Žáci svými výsledky ukázali, že v těchto dovednostech jsou průměrní až podprůměrní.

2 body

22 Platí:

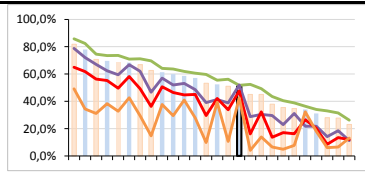
$$a, b \in \mathbf{N}, a < b,$$

a je dělitelné dvěma, b je dělitelné šesti, b je dělitelné a .

Které z následujících tvrzení není pravdivé?

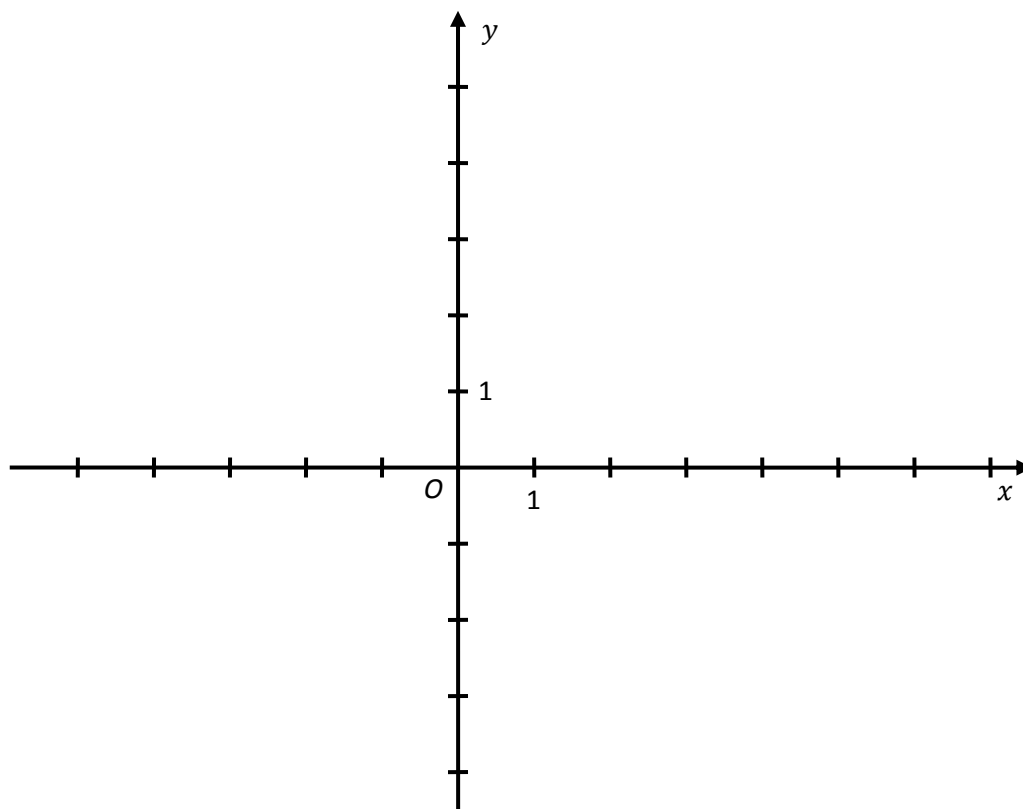
- A) Součet $a + b$ nemusí být dělitelný šesti.
- B) Součet $a + b$ nemusí být dělitelný osmi.
- C) Rozdíl $b - a$ musí být dělitelný dvěma.
- D) Součin $a \cdot b$ musí být dělitelný dvanácti.
- E) Podíl $b : a$ musí být dělitelný třemi.

Tematický celek		Číselné obory			
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	51,7%	52,0%	47,6%	42,6%	51,0%



Úloha zkoumá schopnost žáka přistupovat s porozuměním k uvedeným výroky. Pokud žák úlohu nedokázal řešit obecně, mohl si úlohu zjednodušit dosazením vhodných čísel za obě uvedené proměnné a případně vyzkoušet několikrát dosazení. Při výuce matematiky by žák neměl získávat jen dovednosti zacílené na řešení praktických úloh. Matematika by žáky měla učit číst s porozuměním texty, uvažovat, vyvozovat, argumentovat, neutíkat od neočekávaného, nebát se řešit problémy apod. Z výsledků je patrné, že obdobné situace zvládají s jistotou jen někteří žáci.

Body $A[0; 5]$ a $C[1; -2]$ jsou vrcholy trojúhelníku ABC a bod $C_1[-2; 1]$ je střed strany AB .



(CZVV)

max. 3 body

23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

23.1 Těžiště T trojúhelníku ABC leží na některé ze souřadnicových os x, y .

A	N
☐	☐

23.2 Bod $A_1[-1; -2,5]$ je střed strany BC trojúhelníku ABC .

☐	☐
--------------------------	--------------------------

23.3 V trojúhelníku ABC je vnitřní úhel BCA tupý.

☐	☐
--------------------------	--------------------------

Tematický celek		Analytická geometrie; Planimetrie				
úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem	
	71,0%	66,9%	58,1%	42,6%	68,4%	

Závěrečná úloha testu staví na základech analytické geometrie a na planimetrických pojmech, které by měl mít žák osvojené již ze ZŠ. Do úlohy se samozřejmě promítá jistá zkušenost s řešením úloh z analytické geometrie, neboť lze vybírat jak jednoduché způsoby řešení, tak i zbytečně komplikované postupy. Jistým unikem je řešení prostřednictvím konstrukční geometrie s velmi přesným rýsováním. Výsledky potvrzují, že úloha je základní obtížnosti.

Zhodnocení pilotního projektu

Shrnutí

V šestém ročníku pokusného ověřování se ke zkoušce MATEMATIKA+ (přihlásilo 3 193 žáků. Zkoušku nakonec konalo 2 715 žáků, z nichž 2 181 uspělo a 534 neuspělo.

Čistá neúspěšnost dosáhla hodnoty 19,7 %, hrubá neúspěšnost byla 31,7 %. Nejnižší neúspěšnost vykázali žáci osmiletých gymnázií (8,76 %). Čistá neúspěšnost a úspěšnost žáků z jednotlivých skupin oborů vzdělání je patrna z následující tabulky.

Skupina oborů	konal(a)	neuspěl(a)	uspěl(a)
GY4	902	20,51%	79,49%
GY6	183	8,20%	91,80%
GY8	1039	8,76%	91,24%
LYC	179	29,03%	70,97%
NOS	2	100,00%	
NTE	2	100,00%	
SEK	17	76,47%	23,53%
SHP	9	77,78%	22,22%
SHU	3	66,67%	33,33%
ST1	351	41,81%	58,19%
ST2	5	80,00%	20,00%
SUM	3	33,33%	66,67%
SZD	1		100,00%
SZE	2	100,00%	
UOS	4	100,00%	
UTE	13	60,00%	40,00%

V roce 2019 v testu z MATEMATIKY+ žáci v průměru získali 26,2 bodu z 50 možných, což je 52,3 %. Ve srovnání s rokem 2018 (27,2 bodu) to bylo o 0,99 bodu méně. Čistá neúspěšnost se v roce 2019 oproti roku 2018 (14,1 %) zvýšila o 5,61 procentního bodu. Příčinou rozdílných výsledků lze hledat především v rozdílném vzorku konajících. V roce 2018 konalo zkoušku 2 027 žáků, v roce 2019 pak zhruba o 35 % více. Je logické, že ani slabší žáci si nechtějí nechat ujít příležitost pokusit se získat benefit pro přijímací

řízení na vysokých školách, které zkoušku akceptují jako jedno z kritérií.

V roce 2019 stejně jako v letech 2017 a 2018 se žáci přihlašovali sami přes aplikaci, zkouška se konala na spádových školách a výsledek zkoušky nebyl uveden na maturitním vysvědčení. Ke zkoušce přišlo 85 % přihlášených. Znovu se ukázalo, že v rámci maturitní populace existují žáci, kteří mají potenciál a vůli zkoušku obdobné náročnosti zvládnout. Samozřejmě významnou roli v rozhodování hrají, jak bylo již uvedeno, vnější motivační faktory, zejména přístup vysokých škol k akceptaci zkoušky MATEMATIKA+ v rámci přijímacích řízení. Seznam fakult a vysokých škol je uveden na adrese maturita.cermat.cz. Stále se zvyšující počet fakult a vysokých škol deklarujících zařazení výsledků zkoušky do přijímacích kritérií či podmínek pro motivační stipendia vytváří a může i nadále vytvářet potenciál pro růst zájemců o absolvování zkoušky.

Dobrým příslibem do budoucna je fakt, že školy, které projekt dosud využily, jej považují za přínosný a i nadále jej podporují. Záměr MŠMT zařadit zkoušku do portfolia nepovinných zkoušek společné části maturitní zkoušky deklarovaný v návrhu novely školského zákona v letošním roce může eliminovat i dosud panující obavu vysokých škol o další budoucnost zkoušky.

Naplnění cílů

Na základě zhodnocení šestého ročníku pokusného ověřování lze znovu konstatovat, že se základní záměry daří naplňovat.

Centrum stejně jako v předchozích letech připravilo výběrovou zkoušku ze středoškolského učiva matematiky, tato zkouška je schopna ověřit dovednosti a vědomosti žáků na úrovni očekávaných výstupů a učiva podle vyhlášením deklarovaných rámcových vzdělávacích programů (RVP) oborů středního vzdělání, jež mají vyšší než desetihodinovou týdenní dotaci výuky matematiky po dobu vzdělávání a na úrovni požadavků, které na vstupu očekávají vysoké školy přírodovědného, technického a ekonomického zaměření.

Diskuse k míře naplnění základních cílů je provedena jednotlivě u každého stanoveného cíle v následujícím textu:

- a) podpořit matematické, technické a přírodovědné vzdělávání v souladu s dokumenty *Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2020* a *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na léta 2011 až 2015*;

Vyhodnocení:

I přesto, že se nepodařilo dosáhnout původního záměru instalovat zkoušku MATEMATIKA+ do portfolia nepovinných zkoušek maturitní zkoušky, zvýšil se počet těch, kteří zkoušku absolvovali. Zájem maturantů byl podporován příklonem stále většího počtu vysokých škol k využití výsledků této výběrové zkoušky jako kritérií pro přijímání ke studiu či přiznání motivačních stipendií. Veřejné vysoké školy s technickým, přírodovědným a matematickým zaměřením již dlouhodobě postrádají záruku, že středoškolák se při výuce matematiky na střední škole může dopracovat na požadovanou úroveň uchazeče o studium na vysoké škole. Proto přicházejí s doporučením akceptovat úroveň stanovenou Katalogem požadavků ke zkoušce MATEMATIKA+. Zájem o zkoušku pravděpodobně zvýší i aktuální návrh novely školského zákona, který počítá s ukotvením zkoušky do portfolia nepovinných zkoušek společné části maturitní zkoušky.

- b) motivovat žáky a jejich učitele ke zvýšenému úsilí dosahovat takových vědomostí a dovedností v oblasti matematického vzdělávání, jež odpovídá očekávaných výstupům podle Rámcového vzdělávacího programu (RVP) pro gymnázia (RVP G) a podle rámcových vzdělávacích programů dalších oborů vzdělání, které mají alespoň desetihodinovou týdenní dotaci výuky matematiky po dobu středního vzdělávání;

Vyhodnocení:

MATEMATIKA+ si podržela výrazný motivační potenciál pro zvýšení kvality vzdělávání v matematice. Míra motivace je však bytostně závislá na participaci vysokých škol. Z vývoje zájmu vysokých škol na využití výsledků zkoušky se dá soudit, že vnímají prospěšnost nabídky takovéto výběrové zkoušky. Chápou, že úspěšné absolvování MATEMATIKY+ je pro ně zárukou úspěšného studia na vysoké škole.

- c) podpořit kvalitu výuky v oblasti matematického vzdělávání a nabídnout mimořádně nadaným žákům zkoušku na úrovni jejich schopností; zastavit trend klesající připravenosti uchazečů o vysokoškolské studium matematických a technických oborů;

Vyhodnocení:

Didaktické testy zkoušky MATEMATIKA+ znovu i v roce 2019 prokázaly schopnost být skutečně vhodným nástrojem pro výběrovou zkoušku, která je výzvou všem žákům středních škol s maturitními obory vzdělávání. Zkouška sama o sobě však nemůže zastavit trend klesající připravenosti uchazečů o vysokoškolské studium matematických a technických oborů. MATEMATIKA+ nabízí šanci. Jejím využití však musí přispět především vysoké školy a učitelé středních škol. Centrum proto poskytuje pravidelně vysokým školám strukturované informace a vybízí jejich představitele k zamyšlení nad možnostmi využití výsledků pro kvalitnější výběr studentů v rámci přijímacích řízení, a tím i k podpoře kvalitnějšího vzdělávání v matematice na středních školách.

- d) potvrdit využitelnost zkoušky MATEMATIKA+ jako jedno ze závazných kritérií přijímacího řízení ke studiu na VŠ či kritérium pro motivační stipendijní programy;

Vyhodnocení:

V roce 2019 deklarovaly využití výsledků zkoušky MATEMATIKA+ jako součásti kritérií přijímacího řízení nebo kritérií pro motivační stipendijní programy další vysoké školy a fakulty. Úroveň stanovenou Katalogem požadavků ke zkoušce MATEMATIKA+ již akceptuje mnoho oborů veřejných vysokých škol, které v přijímacím řízení nekonají přijímací zkoušky. Na svých internetových stránkách doporučují budoucím uchazečům, aby se na střední škole v matematice na dané úrovni připravili.

- e) na základě průběžného kvalitativního vyhodnocení výsledků maturitní zkoušky formulovat případné úpravy kurikula metod a podmínek vyučování matematiky na středních školách.

Vyhodnocení:

Z poznatků získaných v rámci realizace zkoušky MATEMATIKA+ a zejména pak z informací získaných při pilotážích testových úloh plyne především doporučení užívat ve výuce takové metody, které umožňují učivo v potřebném rozsahu procvičit a upevnit. Z pilotáží je patrné, že zejména na odborných školách nemá vyučující matematiky potřebný prostor k efektivní výuce. V důsledku časové tísně je nucen uchýlit se k „hutnému“ výkladu, který je pro žáky na dané úrovni spíše odrazující než přínosný, a ani zdaleka mu nezbývá čas na opakování a podporu talentovaných a motivovaných žáků.

Zdá se, že není efektivní zatěžovat výuku matematiky s běžnou hodinovou dotací a určenou všem studentům požadavky v maximalistickém rozsahu. Jeví se vhodnější, aby výuku na vyšší úrovni a celkově i s vyšší hodinovou dotací matematice mohli absolvovat právě žáci se zájmem o budoucí studium na vysokých školách s technickým a přírodovědným zaměřením. Těmto žákům je třeba nabídnout v základní výuce nebo v seminářích možnost dosáhnout na úroveň stanovenou Katalogem požadavků k MATEMATICE+.

Ekonomika

Rozpočtové krytí pokusného ověřování bylo zajištěno účelovým příspěvkem.

Rozpočet

V roce 2019 se konala zkouška MATEMATIKA+ v jarním zkušebním období.

Rozpočet účelového úkolu MATEMATIKA+ byl pro rok 2019 rozepsán ve výši 1 332 305, jak je uvedeno v následující tabulce ve sloupci „Rozpočet“.

Celkové čerpání prostředků na tento úkol v roce 2019 je uveden ve sloupci „MATEMATIKA+ náklady do 30. 9. 2019“.

Ukazatel	Rozpočet 2019 (upravený)	MATEMATIKA+ náklady do 30. 9. 2019	Zbývá na 4. čtvrtletí 2019
Náklady celkem	1 332 305	1 082 278	250 027
Mzdové prostředky	643 000	546 880	96 120
z toho: platy	0	0	0
OON	643 000	546 880	96 120
FKSP (2 %)	0	0	0
OBV	689 305	535 398	153 907
Provozní běžné výdaje	610 305	493 631	116 674
Zákonné odvody	79 000	41 767	37 233

Součástí rozpočtu jsou i náklady na přípravu zkušební dokumentace pro zkoušku v roce 2020. Čerpání rozpočtu bude tedy v průběhu posledního čtvrtletí roku 2019 pokračovat.

Perspektiva – další postup pokusného ověřování

Podle získaných informací v průběhu všech šesti ročníků byla zkouška MATEMATIKA+ velmi dobře přijata odbornou veřejností, a to především učiteli středních škol, žáky, kteří vnímají potřebu matematiky pro svůj další rozvoj, ale i Jednotou českých matematiků a fyziků (JČMF), která zastupuje širokou matematickou obec. Zejména kvalitní středoškolské učitelé dosáhli jistého zadostiučinění, že jejich snaha o udržení kvality ve vzdělávání byla konečně podpořena.

Rok 2020 je posledním rokem pokusného ověřování. Pro další období je velmi významné zejména to, že pokusné ověřování zkoušky vyhodnotilo MŠMT pozitivně a stejně tak MATEMATIKU+ vyhodnotily pozitivně i vysoké školy, které projevují zvyšující se zájem o uchazeče s dobrými výsledky u zkoušky a bonifikují je u přijímacího řízení, případně v průběhu studia. V souvislosti s vyhodnocením pokusného ověřování zkoušky byla v aktuální novele školského zákona nově ukotvena zkouška Matematika rozšiřující. Tato zkouška vychází z MATEMATIKY+ a bude začleněna do portfolia nepovinných zkoušek společné části maturitní zkoušky. Uzákonění Matematiky rozšiřující jako nepovinné zkoušky společné části bude zároveň pro vysoké školy signálem, že se zkouškou se počítá i do budoucna, a bude zde prostor pro další jednání zástupců MŠMT, Centra a vysokých škol směřující k akceptaci výsledků zkoušky co nejširším okruhem vysokých škol a jejich fakult.

Hlavní směry rozvoje projektu:

Pro rok 2020 budou všechny získané a uplatnitelné zkušenosti projektu využity pro efektivní a smysluplnou realizaci posledního ročníku pokusného ověřování zkoušky a její následné pokračování v rámci nepovinné zkoušky Matematika rozšiřující ve společné části maturitní zkoušky.

Seznam zkratk

CZVV	Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání
CDAS	Centrální datové uložení
CDOS	Centrální dokumentové pracoviště
CMDK	Centrální řízení datové komunikace
DDT	Datový a digitalizační terminál
DT	Didaktický test
DVF	Datová vytěžovací farma
FKPS	Fond kulturních a sociálních potřeb
GYM	Obory gymnázií
GY4	Čtyřleté obory gymnázií
GY8	Osmileté obory gymnázií
GY6	Šestileté obory gymnázií
ICT	Informační a komunikační technologie
JČMF	Jednota českých matematiků a fyziků
LYC	Obory lyceí
OBV	Ostatní běžné výdaje
OON	Ostatní osobní náklady
MA+	MATEMATIKA+
MŠMT	Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy.
MZ	Maturitní zkouška
RVP	Rámcový vzdělávací program
RVP G	Rámcový vzdělávací program pro gymnázia
SČ MZ	Společná část maturitní zkoušky
SMZ	Společná část maturitní zkoušky
SOŠ	Školy vyučující obory kategorie M
SOU	Školy vyučující obory kategorie L0
SŠ	Střední škola
ST1	Skupina technických oborů kategorie M skupiny 1 (elektrotechnické, chemické, stavební, strojírenské a inženýrské obory)
ŠVP	Školní vzdělávací program
VPŽ	Výsledkový portál žáka
VŠ	Vysoká škola
ZD	Zadávací dokumentace
ZŠ	Základní škola

Přílohy

1. Didaktický test MATEMATIKA+ 2019



MATEMATIKA+

MXMVD19C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačka bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píšete do záznamového archu.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neuděluje záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** pišící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.

1

- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole nebudou hodnoceny.**
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

17

A	B	C	D	E
☐	☐	☒	☐	☐

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

17

A	B	C	D	E
☒	☐	☐	☐	☐

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

max. 2 body

- 1 Pro $x \in (0; +\infty)$ upravte výraz:

$$\frac{x^8 - x^4}{(x^4 + x^2)(x^2 + x)} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

1 bod

- 2 Je dán výraz s proměnnou $n \in \mathbb{N}$:

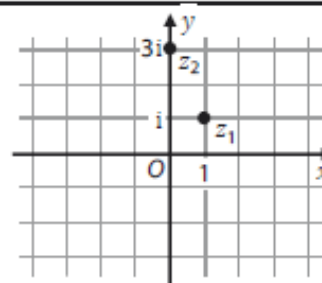
$$\frac{10^{n-1}}{2} - 2 \cdot 10^{n-2}$$

Upravte jej a vyjádřete jako součin některého z přirozených čísel od 1 do 9 a mocniny čísla 10.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V Gaussově rovině jsou (v mřížových bodech) zobrazena komplexní čísla z_1 a z_2 .

Platí: $z = z_1 \cdot z_2$.



(CZVV)

1 bod

- 3 Zapište v goniometrickém tvaru číslo z , jehož argument φ je z intervalu $(0; 2\pi)$.

max. 2 body

- 4** Třetí mocnina neznámého čísla je o 100 menší než druhá mocnina součtu téhož neznámého čísla s číslem 10.

Vypočtete neznámé číslo. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Každý pracovník firmy mluví alespoň jedním ze dvou jazyků – anglicky nebo německy.
Polovina těch, kteří mluví německy, mluví i anglicky.
Třetina těch, kteří mluví anglicky, mluví i německy.

(CZVV)

1 bod

- 5** Vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část všech pracovníků firmy mluví oběma jazyky (anglicky i německy).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

K dispozici je 11 ampulí o stejném objemu.
Do 3 ampulí dohromady se vejdou více než 4 centilitry tekutiny, ale méně než 5 centilitrů.
Do 4 ampulí dohromady se vejde více než 5 centilitrů tekutiny, ale méně než 6 centilitrů.
Celkový objem 11 ampulí je přesně n centilitrů, kde n je přirozené číslo.

(CZVV)

max. 2 body

6 Vypočtěte n .

Najděte všechna řešení.

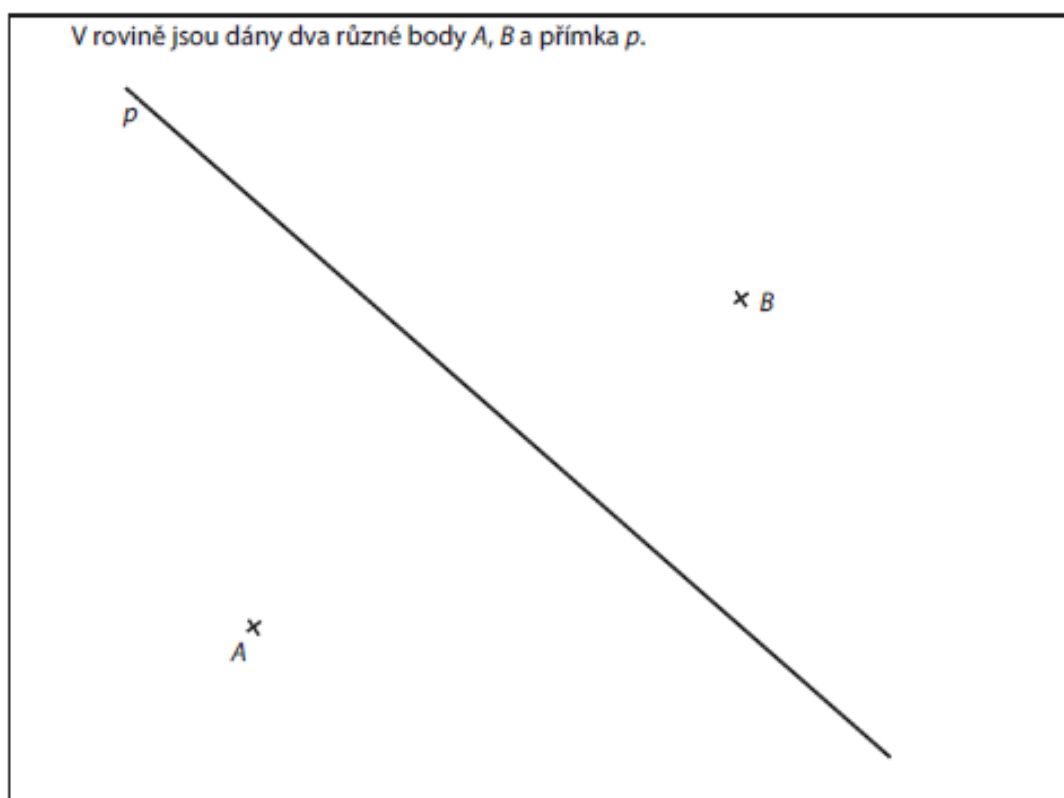
max. 2 body

7 Pro $\alpha \in (0; 2\pi)$ řešte:

$$\sin 2\alpha - 3 \cos \alpha = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8



(CZVV)

max. 3 body

- 8** Body A, B jsou vrcholy trojúhelníku ABC . Na přímce p leží paty výšek trojúhelníku ABC vedených z vrcholů B a C .
(Pata výšky na stranu AB je průsečík této výšky s přímkou AB .)

- 8.1 Proveďte náčrtek trojúhelníku ABC a запиšte rozbor nebo postup konstrukce pro chybějící vrchol C trojúhelníku ABC .

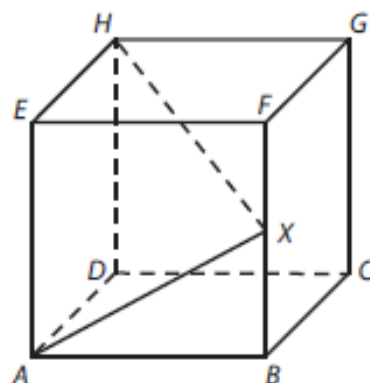
- 8.2 V obrázku sestrojte chybějící vrchol C trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V krychli $ABCDEFGH$ je bod X střed hrany BF .

Platí: $|AX| = \sqrt{20}$ cm.



(CZVV)

max. 2 body

9 Vypočtete v cm

- 9.1 délku hrany krychle,
- 9.2 vzdálenost bodů X a H .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Byla vybrána skupina tří zaměstnanců, jejichž platy tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Z těchto tří platů je nejvyšší plat o 25 % vyšší než nejnižší plat a aritmetický průměr všech tří platů je 36 000 korun.

(CZVV)

max. 2 body

10 Vypočtete, o kolik korun se liší nejvyšší a nejnižší plat ve vybrané skupině.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 3 body

- 11** Graf funkce $f: y = \frac{ax + 6}{x - 2}$ s proměnnou $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ protíná souřadnicové osy x, y ve dvou bodech, které mají stejnou vzdálenost od počátku O soustavy souřadnic Oxy .

Určete hodnotu reálného koeficientu a .

Najděte všechna řešení.

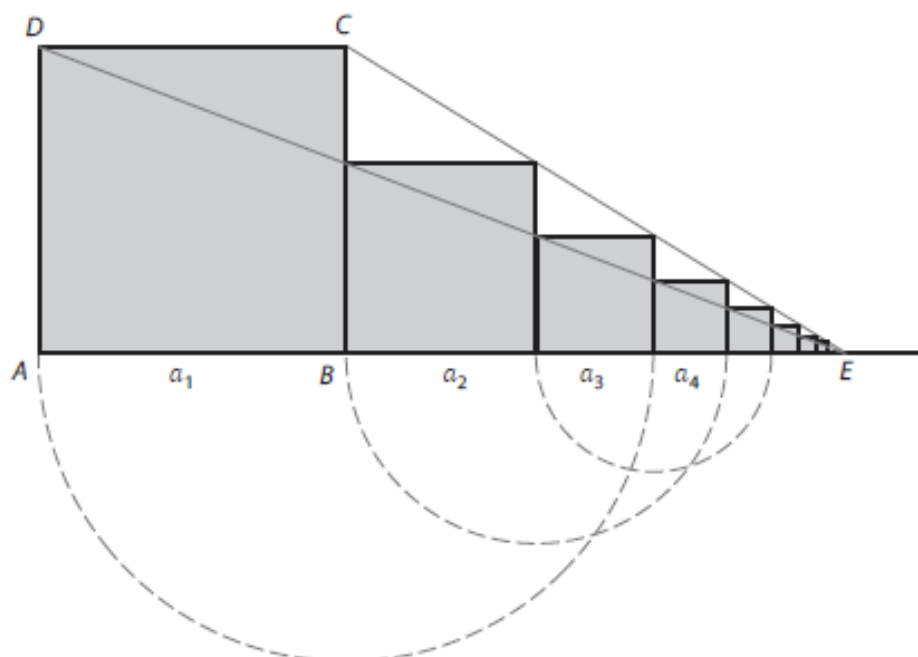
V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Každý ze zobrazených čtverců má dva sousední vrcholy na přímce AE , další vrchol na přímce CE a poslední vrchol na přímce DE .

Zobrazené čtverce splňují současně následující podmínky:

- délka strany prvního čtverce je $a_1 = 1$ dm,
- délky stran všech po sobě jdoucích čtverců tvoří geometrickou posloupnost,
- délka strany každého čtverce je součtem délek stran dvou následujících čtverců.



(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 Vyjádřete (bez zaokrouhlení) kvocient q dané posloupnosti.

12.2 Vypočtěte v dm (bez zaokrouhlení) délku úsečky AE .

12.3 Vypočtěte v dm^2 obsah trojúhelníku CDE .

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy 12 celý **postup řešení**.

max. 3 body

13 Přiřadte každé nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru $\mathbb{R}$.

13.1 $\frac{x-1}{x} < 1$ _____

13.2 $2 \cdot 4^{2-x} - \log_4 16 < 0$ _____

13.3 $\log_{0,5}(x-1) > 0$ _____

A) $(-\infty; 0)$

B) $(-\infty; 2)$

C) $(1; 2)$

D) $(2; +\infty)$

E) $(0; +\infty)$

F) jiná množina

max. 3 body

14 Ve skupině je 23 párů (muž a žena).

Určete, kolika způsoby (A–F) lze z této skupiny vybrat

14.1 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru; _____

14.2 trojici osob, z nichž žádné dvě nejsou z téhož páru a alespoň 1 osoba je muž; _____

14.3 čtveřici osob obsahující právě jednu dvojici z téhož páru. _____

A) 7 590

B) 12 397

C) 13 409

D) 14 168

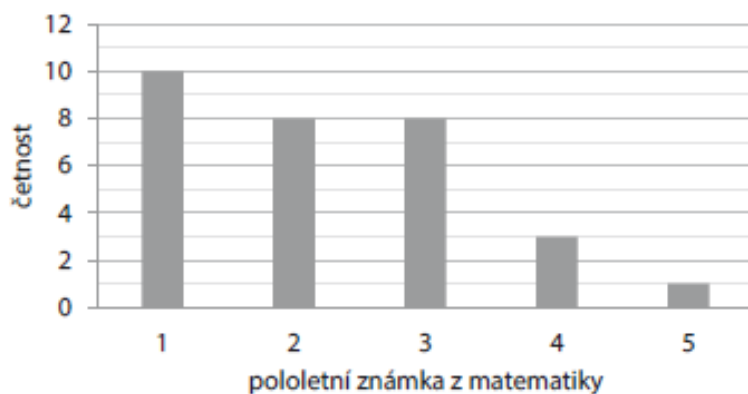
E) 21 252

F) jiným počtem

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

Ve třídě 4. A je 14 chlapců a 16 dívek. Ve skupině všech chlapců této třídy je medián pololetních známek z matematiky 2,5.

V následujícím grafu je uvedeno rozdělení četností pololetních známek z matematiky ve 4. A.



(CZVV)

2 body

15 Jaký je největší možný počet dívek, které mohly za daných podmínek získat známku 3?

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 4
- E) jiný počet

2 body

16 Která z následujících funkcí je v intervalu $\langle 1; +\infty \rangle$ rostoucí?

- A) $f_1: y = |x - 2| + 1$
- B) $f_2: y = 2 - |x + 1|$
- C) $f_3: y = |x - 1| - 2$
- D) $f_4: y = 2 - |x - 1|$
- E) žádná z uvedených

2 body

17 Je dána funkce $g: y = x^2 - 4x + 4, x \in (-\infty; 0)$.

Jaký je definiční obor inverzní funkce g^{-1} k funkci g ?

- A) $D(g^{-1}) = \langle 4; +\infty \rangle$
- B) $D(g^{-1}) = \langle 0; +\infty \rangle$
- C) $D(g^{-1}) = (-\infty; 4)$
- D) $D(g^{-1}) = (-\infty; 0)$
- E) Žádný, k funkci g neexistuje inverzní funkce.

2 body

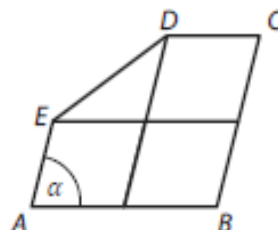
- 18 Obrazem kružnice $k: (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ v osové souměrnosti s osou o je kružnice $l: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

Která z následujících rovnic je rovnice osy souměrnosti o ?

- A) $2x + y = 0$
- B) $2x - y = 0$
- C) $x + 2y = 0$
- D) $x - 2y = 0$
- E) žádná z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Pětiúhelník $ABCDE$ se skládá ze 3 shodných kosočtverců o straně délky 3 cm a tupoúhlého trojúhelníku. Dále platí, že $\cos \alpha = \frac{1}{9}$.



(CZVV)

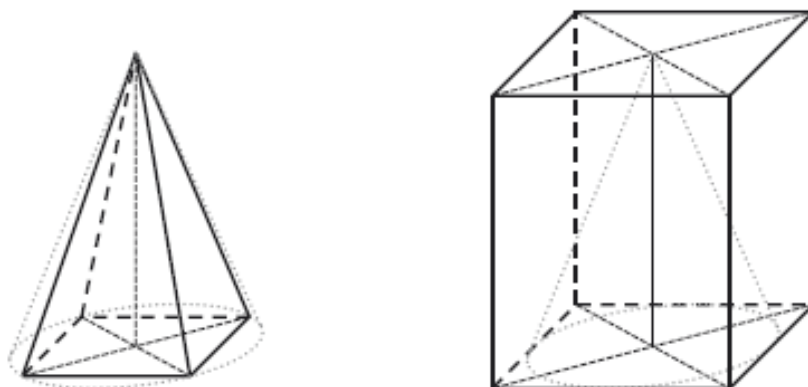
2 body

- 19 Jaký je obvod pětiúhelníku $ABCDE$?

- A) $(18 + 2 \cdot \sqrt{5})$ cm
- B) $(18 + 3 \cdot \sqrt{2})$ cm
- C) 22 cm
- D) $(18 + 2 \cdot \sqrt{3})$ cm
- E) jiný obvod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do rotačního kužele je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan. Témuž kuželi je opsán pravidelný čtyřboký hranol.



(CZVV)

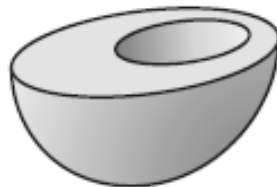
2 body

20 Kolikrát větší je objem hranolu než objem jehlanu?

- A) méně než 5krát
- B) 5krát
- C) $\frac{5\pi}{3}$ krát
- D) 6krát
- E) více než 6krát

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

V dřevěné polokouli s poloměrem r byla vytvořena prohlubeň tvaru polokoule s poloměrem $\frac{r}{2}$ tak, že podstavy obou polokoulí leží v téže rovině.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je povrch vytvořeného tělesa (včetně plochy prohlubně)?

- A) $\frac{5\pi r^2}{2}$
- B) $\frac{13\pi r^2}{4}$
- C) $\frac{7\pi r^2}{2}$
- D) $\frac{15\pi r^2}{4}$
- E) jiný povrch

2 body

22 Platí:

$$a, b \in \mathbf{N}, a < b,$$

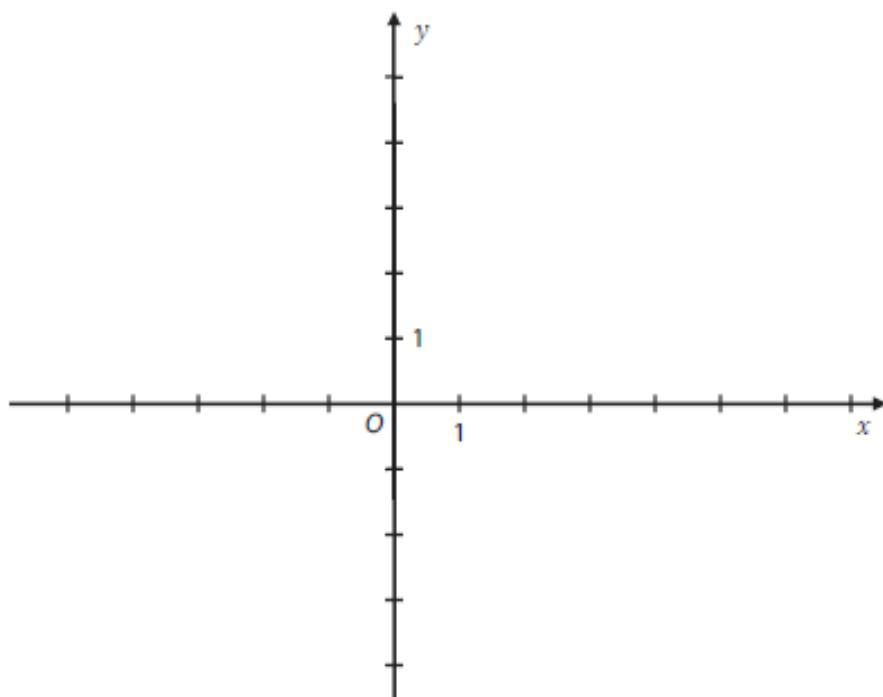
a je dělitelné dvěma, b je dělitelné šesti, b je dělitelné a .

Které z následujících tvrzení není pravdivé?

- A) Součet $a + b$ nemusí být dělitelný šesti.
- B) Součet $a + b$ nemusí být dělitelný osmi.
- C) Rozdíl $b - a$ musí být dělitelný dvěma.
- D) Součin $a \cdot b$ musí být dělitelný dvanácti.
- E) Podíl $b : a$ musí být dělitelný třemi.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Body $A[0; 5]$ a $C[1; -2]$ jsou vrcholy trojúhelníku ABC a bod $C_1[-2; 1]$ je střed strany AB .



(CZVV)

max. 3 body

23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 Těžiště T trojúhelníku ABC leží na některé ze souřadnicových os x, y . | ☐ | ☐ |
| 23.2 Bod $A_1[-1; -2,5]$ je střed strany BC trojúhelníku ABC . | ☐ | ☐ |
| 23.3 V trojúhelníku ABC je vnitřní úhel BCA tupý. | ☐ | ☐ |

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

2. Klíč správných řešení DT MATEMATIKA+ 2019



MATURITNÍ ZKOUŠKA 2019 – JARNÍ TERMÍN

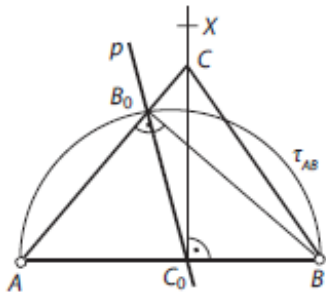
KLÍČ SPRÁVNÝCH ŘEŠENÍ

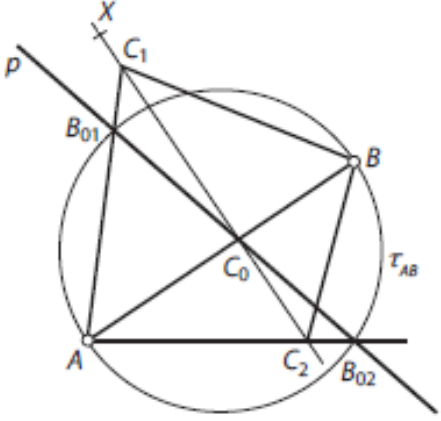


MATEMATIKA +

KÓD TESTU: MXMVD19C0T01

	Celkem	Uzavřených	Otevřených
Počet úloh	23	11	12

Úloha	Správné řešení	Body
1	$x^2 - x$	max. 2 b.
2	$3 \cdot 10^{n-2}$	1 b.
3	$z = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right)$	1 b.
4	$K = \{-4; 0; 5\}$ a postup řešení	max. 2 b.
5	$\frac{1}{4}$	1 b.
6	$n \in \{15; 16\}$	max. 2 b.
7	$K = \left\{ \frac{1}{2}\pi; \frac{3}{2}\pi \right\}$ a postup řešení	max. 2 b.
8		max. 3 b.
8.1	náčrtek a rozbor nebo postup konstrukce, např.  Hledáme bod C $\leftrightarrow C_0X; C_0 \in AB \cap p; \leftrightarrow C_0X \perp \leftrightarrow AB$ $\leftrightarrow AB_0; B_0 \in \tau_{AB} \cap p$	1 b.

8.2		max. 2 b.
9		max. 2 b.
9.1	4 cm	1 b.
9.2	6 cm	1 b.
10	o 8 000 korun a postup řešení	max. 2 b.
11	$a = -2$ v $a = 2$ a postup řešení	max. 3 b.
12		max. 4 b.
12.1	$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ a postup řešení	max. 2 b.
12.2	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ dm a postup řešení	1 b.
12.3	0,5 dm ² a postup řešení	1 b.
13		max. 3 b.
13.1	E	3 podúlohy 3 b.
13.2	D	2 podúlohy 2 b.
13.3	C	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
14		max. 3 b.
14.1	D	3 podúlohy 3 b.
14.2	B	2 podúlohy 2 b.
14.3	E	1 podúloha 1 b.
		0 podúloh 0 b.
15	C	2 b.
16	C	2 b.
17	A	2 b.
18	B	2 b.
19	A	2 b.
20	D	2 b.

21	B	2 b.
22	E	2 b.
23		max. 3 b. 3 podúlohy 3 b. 2 podúlohy 1 b. 1 podúloha 0 b. 0 podúloh 0 b.
23.1	A	
23.2	N	
23.3	A	
CELKEM		50 bodů

Všetchna ekvivalentní vyjádření jsou možná.

3. Seznam vysokých škol akceptujících nepovinnou zkoušku MATEMATIKA+
stav ke dni 6. 11. 2019

VYSOKÁ ŠKOLA	FAKULTA	ZPŮSOB A PODMÍNKY ZOHLEDNĚNÍ
Univerzita Karlova	Matematicko-fyzikální fakulta	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1, nebo 2
	Pedagogická fakulta	prominutí přijímací zkoušky do oborů <i>Matematika se zaměřením na vzdělávání</i> za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	1. lékařská fakulta	bodová bonifikace 30 bodů v přijímacím řízení za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1, nebo 2
	Přírodovědecká fakulta	doporučení absolvovat MATEMATIKU+
	Právnická fakulta	bodová bonifikace 5 bodů v přijímacím řízení za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1, nebo 2
	Fakulta sociálních věd	prominutí přijímací zkoušky do programu <i>Ekonomie a finance</i> za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1
České vysoké učení technické v Praze	Fakulta stavební	prominutí přijímací zkoušky z matematiky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3
	Fakulta strojní	možnost požádat o zařazení do studijních skupin s rozšířeným obsahem výuky předmětů teoretického základu bez nutnosti absolvovat výběrový test za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	Fakulta elektrotechnická	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1, nebo 2
Česká zemědělská univerzita v Praze	Technická fakulta	prominutí přijímací zkoušky za úspěšné vykonání MATEMATIKY+ jednorázové stipendium 5 000 až 10 000 Kč za úspěšné vykonání MATEMATIKY+ (Po úspěšném absolvování prvního semestru studia obdrží prvních 5 studentů v žebříčku úspěšnosti v MATEMATICE+ jednorázové mimořádné stipendium ve výši 10 000 Kč, ostatní pak 5 000 Kč.)
Vysoká škola ekonomická v Praze	Fakulta mezinárodních vztahů	nahrazení výsledku přijímací zkoušky z matematiky výsledkem v MATEMATICE+ (Výsledek 1 v MATEMATICE+ se vyhodnotí jako 1000 bodů z přijímací zkoušky, výsledek 2 jako 900 bodů a výsledek 3 jako 800 bodů.)
	Fakulta informatiky a statistiky	prominutí přijímací zkoušky do všech programů mimo <i>Multimédia v ekonomické praxi</i> za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3
	Fakulta managementu (Jindřichův Hradec)	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3
Vysoká škola chemicko-technologická v Praze	všechny fakulty	doporučení absolvovat MATEMATIKU+
Masarykova univerzita	Přírodovědecká fakulta	prominutí přijímací zkoušky do programů <i>Fyzika, Fyzika – nanotechnologie, Matematika a Matematická biologie a biomedicina</i> za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	Fakulta ekonomicko-správní	prominutí přijímací zkoušky za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	Fakulta informatiky	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1, nebo 2

Vysoké učení technické v Brně	preferenze při přidělování příspěvku 6 000 Kč pro 500 nejlepších studentů za úspěšné vykonání MATEMATIKY+ (Nejlepších 500 maturantů zapsaných do prvního ročníku je odměněno jednorázovým finančním příspěvkem ve výši 6 000 Kč. Preferováni jsou uchazeči, kteří úspěšně absolvovali MATEMATIKU+.)	
	Fakulta informačních technologií	možnost požádat o přednostní přijetí ke studiu za dosažení percentilu 60 nebo více v MATEMATICE+
	Fakulta strojního inženýrství	prominutí přijímací zkoušky za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava	Fakulta strojní	prominutí přijímací zkoušky za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	Fakulta bezpečnostního inženýrství	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3
Ostravská univerzita	Přírodovědecká fakulta	jednorázové stipendium 5 000 Kč za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1, nebo 2 (Podmínkou je úspěšné absolvování prvního semestru studia.)
Západočeská univerzita v Plzni	Fakulta elektrotechnická	bodová bonifikace v přijímacím řízení za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	Fakulta pedagogická	zohlednění výsledku z MATEMATIKY+ v přijímacím řízení do oboru <i>Matematická studia</i> (Prvním 5 uchazečům s nejlepším výsledkem v MATEMATICE+ je přidělen maximální počet bodů a jsou přijati bez přijímací zkoušky.)
	Fakulta strojní	bodová bonifikace v přijímacím řízení za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
Technická univerzita v Liberci	Fakulta ekonomická	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3
	Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií	prominutí přijímací zkoušky za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3
Univerzita Palackého v Olomouci	Přírodovědecká fakulta	prominutí přijímací zkoušky z matematiky do programů <i>Matematika a Informatika</i> za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích	Pedagogická fakulta	bodová bonifikace v přijímacím řízení do programu <i>Matematika se zaměřením na vzdělávání</i> za vykonání MATEMATIKY+ s výsledkem 1 až 3 (Podle známky v MATEMATICE+ je přiděleno 95 bodů za výsledek 1, 90 bodů za výsledek 2, nebo 85 bodů za výsledek 3.)
Univerzita Hradec Králové	Fakulta informatiky a managementu	prominutí přijímací zkoušky z matematiky do oborů <i>Aplikovaná informatika a Informační management</i> za dosažení percentilu 50 nebo více v MATEMATICE+
Univerzita Pardubice	Dopravní fakulta Jana Pernera	bodová bonifikace v přijímacím řízení za úspěšné vykonání MATEMATIKY+
	Fakulta ekonomicko-správní	bodová bonifikace až 300 bodů v přijímacím řízení za úspěšné vykonání MATEMATIKY+ (dle výsledku)

Poznámka: Výše uvedená tabulka obsahuje seznam vysokých škol či jejich jednotlivých fakult, od kterých má CZVV k dispozici informaci, že zohledňují výsledky zkoušky MATEMATIKA+ v rámci přijímacího řízení nebo stipendijního programu. Rozhodnutí o zohledňování výsledku zkoušky MATEMATIKA+ je v kompetenci jednotlivých fakult a akademických senátů, které v některých případech ještě nezasedaly. Pro informaci, zda a jakým způsobem fakulty budou zohledňovat výsledek zkoušky MATEMATIKA+, doporučujeme maturantům sledovat webové stránky vysokých škol, respektive jejich fakult.

Fakulty připojené nově od akademického roku 2020/2021 jsou podbarveny modře.

Fakulty, které již zveřejnily informace o přijímacím řízení pro akademický rok 2020/2021, jsou uvedeny modře.