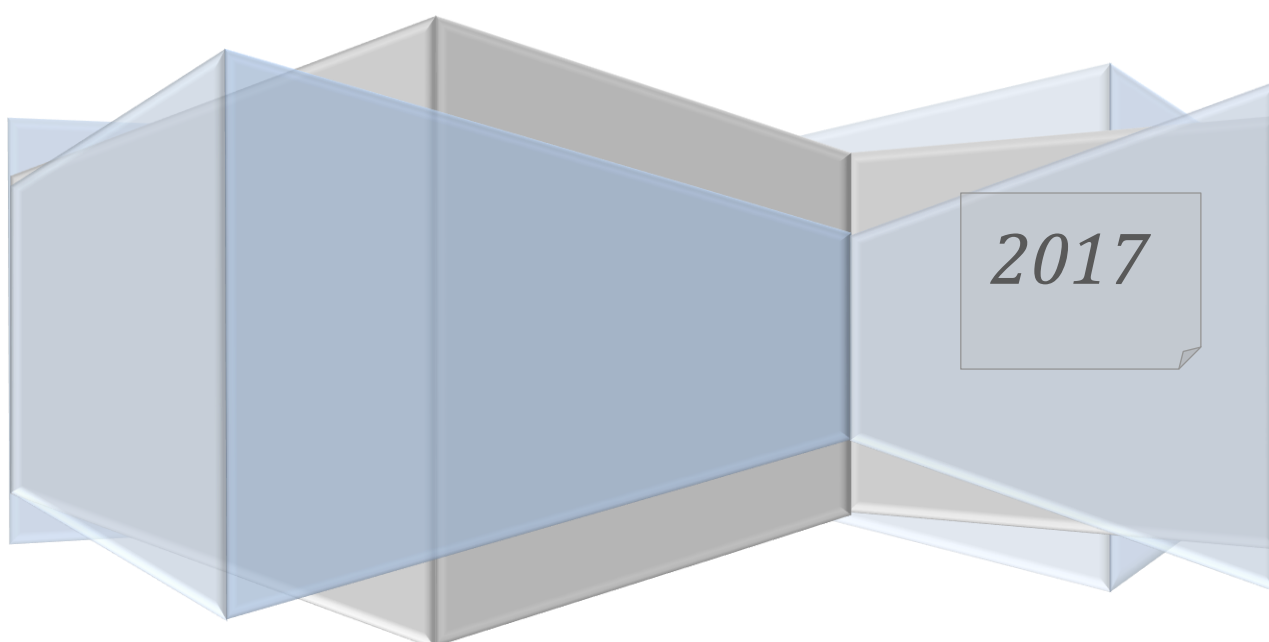


HODNOTÍCÍ ZPRÁVA MATEMATIKA+ 2017

Pokusné ověřování obsahu, formy, organizace a hodnocení výběrové zkoušky
ze středoškolské matematiky v roce 2017

Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání



HODNOTÍCÍ ZPRÁVA O VÝSLEDKÁCH POKUSNÉHO OVĚŘOVÁNÍ OBSAHU, FORMY, ORGANIZACE A HODNOCENÍ VÝBĚROVÉ ZKOUŠKY ZE STŘEDOŠKOLSKÉ MATEMATIKY v roce 2017

Obsah

Úvod	4
Záměr.....	4
Cíle	4
Východiska.....	5
Legislativní vymezení.....	5
Obsahová část	5
Základní vymezení zkoušky	5
Testy – jejich složení a obtížnost	8
Organizace	9
Harmonogram přípravy a realizace	9
Informační podpora.....	10
Režim přihlašování	11
Metodická podpora	11
Logistika a technologie	11
Logistický model zkoušky MATEMATIKA+	11
Zkušební dokumentace	12
Segment výroby zkušební dokumentace a její distribuce do zkušebních míst	12
Předmět a rámcový objem výroby	13
Kompletace zkušební dokumentace	13
Termínové a kapacitní požadavky na zajištění výroby	13
Distribuce do škol	13
Model vyhodnocení výsledků didaktických testů.....	14
Systém decentralizované digitalizace, resp. digitalizace ve zkušebních místech.....	15
Výstupní dokumenty (certifikáty).....	16
Hodnocení žákovských zápisů řešení didaktických testů	16
Analytická data	18
Příhlášky a výsledky	18
Zájem škol.....	19
Rozložení výsledků	20
Výsledky podle studijních oborů	21

Známkování	23
Rozložení známek podle oboru	23
Porovnání výsledků ve zkoušce Matematika+ a v matematice ve společné části MZ	24
Proč dobrá známka z matematiky ve společné části MZ nemusí garantovat dobré studijní výsledky na VŠ?	29
Číselné obory	29
Výrazy	29
Rovnice a nerovnice	30
Funkce	30
Posloupnosti	30
Planimetrie	30
Stereometrie	30
Analytická geometrie.....	30
Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika.....	30
Osvojení matematických pojmů a dovedností.....	30
Didaktický test Matematika+	30
Ukázky úloh s komentářem a výstupy z položkové analýzy	32
Závěr	46
Zhodnocení pilotního projektu.....	47
Shrnutí	47
Naplnění cílů.....	47
Ekonomika	49
Rozpočet.....	49
Perspektiva – další postup pokusného ověřování.....	50
Hlavní směry rozvoje projektu:	50
Přílohy.....	50

Úvod

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (dále jen „ministerstvo“) vyhlásilo v souladu s odst. 1 § 171 zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon), ve znění pozdějších předpisů, pokusné ověřování vědomostí a dovedností středoškolské matematiky (dále jen „pokusné ověřování“) podle katalogu požadavků pro výběrovou nepovinnou zkoušku z matematiky (dále jen „MATEMATIKA+“). Pokusné ověřování výběrové zkoušky ze středoškolské matematiky bylo vyhlášeno MŠMT pod č. j. MSMT-33785/2015-1 dne 15. 3. 2016 a upraveno dodatkem vydaným pod č. j. MSMT-33785/2015-4 ze dne 30. 11. 2016. Bylo vyhlášeno na období let 2017 až 2020. Kompletní informace byly uvedeny a průběžně aktualizovány na stránkách www.novamaturita.cz.

Realizací pokusného ověřování bylo ministerstvem pověřeno Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (dále jen „Centrum“).

Tato hodnotící zpráva byla zpracována v souladu s úkolem stanoveným Centru odstavcem (4) článku 6 textu vyhlášení pokusného ověřování s cílem vyhodnotit přípravu, realizaci a výsledky čtvrtého ročníku pokusného ověřování realizovaného v roce 2017. Pro zachování konzistence informací jsou v následujících částech hodnotící zprávy tam, kde to je účelné, zopakovány některé informace obsažené již v hodnotících zprávách z předešlých ročníků.

Záměr

Pokusné ověřování bylo vyhlášeno se záměrem připravit kvalitní výběrovou zkoušku ze středoškolského učiva matematiky, která bude schopna ověřit takové dovednosti a vědomosti žáků, jež jsou důležitým předpokladem pro úspěšné zvládnutí studia na vysokých školách technického, ekonomického, matematického a přírodovědného zaměření a následně také pro kvalitní výkon vybraných profesí, a také ověřit v praxi možnost žádoucí spolupráce ministerstva a vysokých škol při využití hodnocení výsledků absolventů středního vzdělávání jako jednoho z možných kritérií přijetí k vysokoškolskému studiu.

Očekává se, že motivační potenciál ověřené funkční výběrové zkoušky povede ke zvýšení celkové úrovně matematické gramotnosti žáků středních škol.

Cíle

Pro pokusné ověřování byly stanoveny následující základní cíle platné pro všechny tři fáze:

- podpořit matematické, technické a přírodovědné vzdělávání v souladu s dokumenty *Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2020* a *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na léta 2011 až 2015*;
- motivovat žáky a jejich učitele ke zvýšenému úsilí dosahovat takových vědomostí a dovedností v oblasti matematického vzdělávání, jež odpovídají očekávaným výstupům podle Rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia (RVP G) a podle rámcových vzdělávacích programů dalších oborů vzdělání, které mají alespoň desetihodinovou týdenní dotaci výuky matematiky po dobu středního vzdělávání;
- podpořit kvalitu výuky v oblasti matematického vzdělávání a nabídnout mimořádně nadaným žákům zkoušku na úrovni jejich schopností; zastavit trend klesající připravenosti uchazečů o vysokoškolské studium matematických a technických oborů;

- d) potvrdit využitelnost zkoušky Matematika+ jako jednoho ze závazných kritérií přijímacího řízení ke studiu na VŠ či kritéria pro motivační stipendijní programy;
- e) na základě průběžného kvalitativního vyhodnocení výsledků maturitní zkoušky (MZ) formulovat případné úpravy kurikula, metod a podmínek vyučování matematiky na středních školách.

Východiska

Společná část maturitní zkoušky v jedné úrovni obtížnosti je dnes standardizovaná certifikační zkouška, která by měla být dostupná absolventům různých typů středních škol, na nichž se v současné době vzdělává zhruba 76 % žáků příslušných populačních ročníků. Tato zkouška vymezuje pouze minimální úroveň, které musí maturant z daného předmětu dosáhnout, nemůže proto jako kritérium uspokojit požadavky těch vysokých škol, které předpokládají u svých uchazečů osvojení znalostí, vědomostí a dovedností na úrovni gymnaziálních oborů s přírodovědným či matematickým zaměřením nebo na úrovni středních technických škol s tradičním zaměřením na výchovu a vzdělávání budoucích zájemců o inženýrské obory.

Klíčovou roli pro úspěch realizace zkoušky MATEMATIKA+ sehrávají vysoké školy. Pokud se žáci studijních oborů s maturitou dočkají ze strany vysokých škol jasně deklarovaného přijetí MATEMATIKY+ jako možné součásti kritérií pro přijímací řízení nebo kritéria pro motivační stipendia, budou motivováni se k této zkoušce připravovat a učitelé je snáze získají pro volitelné matematické semináře, v nichž si žáci mohou upevnit znalosti a doplnit učivo, které není do běžné výuky zařazováno (kuželosečky, analytická geometrie v prostoru, stereometrie, obtížnější kapitoly z kombinatoriky a pravděpodobnosti, obecné posloupnosti včetně limit, geometrické řady, parametrické rovnice, komplexní čísla apod.).

Legislativní vymezení

Rozhodnými právními dokumenty pro hlavní fázi pokusného ověřování byly:

1. Text vyhlášení pokusného ověřování č. j. MSMT-33785/2015-1 ze dne 15. 3. 2016, jehož úplné znění je přílohou č. 1 této hodnotící zprávy, zejména pak článek 3 tohoto textu.
2. Dodatek k vyhlášení pokusného ověřování č. j. MSMT-33785/2015-4 ze dne 30. 11. 2016.

Obsahová část

Základní vymezení zkoušky

Rozsah požadavků na vědomosti a dovednosti žáků v nepovinné zkoušce Matematika+ je vymezen katalogem požadavků. Tento dokument vychází z rámcových a školních vzdělávacích programů pro gymnázia a rovněž z rámcových a školních vzdělávacích programů oborů středního vzdělání ukončených maturitní zkouškou. Katalog také respektuje požadavky vysokých škol matematického, přírodovědného a technického zaměření na úroveň vědomostí a dovedností uchazečů o studium.

Katalogem vymezené požadavky výběrové nepovinné zkoušky Matematika+ mohou svým obsahem přesáhnout minimální požadavky vymezené v rámcových vzdělávacích programech oborů středního vzdělání ukončených maturitní zkouškou. Tímto vymezením však v žádném směru neomezují právo žáků oborů středního vzdělání s maturitní zkouškou přihlásit se ke zkoušce.

Jako podpůrné prameny byly využity publikované standardy a didaktické materiály:

- FUCHS, E., BINTEROVÁ, H. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborná učiliště**. Praha: Prometheus, 2003, ISBN 80–7196–294–5.
- FUCHS, E., KUBÁT, J. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia**. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80–7196–095–0.
- FUCHS, E., PROCHÁZKA, F. a kol. **Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborné školy**. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80–7196–097–7.

Nedílnou součástí katalogu požadavků je příloha s ukázkami testových úloh.

Katalog požadavků ke zkoušce Matematika+ obsahuje 9 tematických okruhů podobně jako Katalog požadavků pro společnou část maturitní zkoušky z matematiky, avšak rozsah učiva je mnohem hlubší. Pro ilustraci je uveden přesah požadavků ke zkoušce Matematika+ v jednotlivých tematických okruzích.

Číselné obory

- mocniny s racionálním exponentem;
- celá kapitola komplexních čísel;
- zobrazení komplexních čísel v Gaussově rovině;
- komplexní čísla v algebraickém i goniometrickém tvaru;
- absolutní hodnota a argument komplexního čísla a jejich geometrický význam;
- čísla komplexně sdružená;
- sčítání, odčítání, násobení a dělení komplexních čísel v algebraickém tvaru, převrácené číslo;
- násobení, dělení, umocňování a odmocňování komplexních čísel v goniometrickém tvaru užitím Moivreovy věty;
- rovnost komplexních čísel, řešení rovnic;
- binomické rovnice.

Algebraické výrazy

- odmocniny a složitější úpravy výrazů;
- mocniny s racionálním exponentem.

Rovnice a nerovnice a jejich soustavy

- racionální rovnice, rovnice s absolutní hodnotou, rovnice s parametrem, soustavy tří lineárních rovnic, soustavy rovnic lineární a kvadratické.

Funkce

- grafy funkcí (lineární, kvadratické, lineární lomené, exponenciální, logaritmické a goniometrické) $y = f(x)$, $y = a \cdot f(bx + c) + d$; $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$;
- určit funkci inverzní k dané funkci, sestavit její graf, užít poznatky o složené funkci;

- výrazy s elementárními funkcemi;
- exponenciální, logaritmické a goniometrické rovnice a elementární nerovnice;
- mocninné funkce.

Posloupnosti, řady, finanční matematika

- určit posloupnost rekurentně; vlastnosti posloupností;
- limita posloupnosti a nekonečná geometrická řada.

Planimetrie

- konstrukční úlohy (trojúhelníky, mnohoúhelníky, kružnice), shodná zobrazení, stejnoolehlost;
- Eukleidovy věty, obvodové a středové úhly v kružnici.

Stereometrie

- metrické a polohové vztahy, komolá tělesa (ve společné části je obsažen pouze objem a povrch jednoduchých těles).

Analytická geometrie

- operace s vektory (vektorový součin);
- kuželosečky;
- analytika v prostoru.

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

- binomická věta a Pascalův trojúhelník;
- nezávislost jevů, pravděpodobnost sjednocení a průniku dvou jevů;
- charakteristiky variability (rozptyl, směrodatná odchylka).

Do katalogu požadavků ke zkoušce Matematika+ nebyla zařazena „výroková logika“, ačkoliv je součástí výstupů RVP pro gymnázia. Není totiž obsažena v žádném z rámcových vzdělávacích programů pro obory vzdělání odborných škol zakončené maturitní zkouškou. Chybí i infinitezimální počet, který vysoké školy v současné době nezařazují mezi vstupní požadavky, ačkoliv je na mnohých středních školách tradičně probírán.

Zastoupení jednotlivých tematických okruhů je uvedeno v následující tabulce.

Tematické okruhy	Zastoupení v testu (v %)
1. Číselné množiny	4–10
2. Algebraické výrazy	4–14
3. Rovnice a nerovnice	10–20
4. Funkce	10–20
5. Posloupnosti a řady, finanční matematika	4–14
6. Planimetrie	10–18
7. Stereometrie	4–14
8. Analytická geometrie	8–18
9. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika	4–14

Uvedená procenta se netýkají počtu úloh, ale představují podíl bodů, které lze získat v úlohách k daným tematickým okruhům.

Testy – jejich složení a obtížnost

Didaktické testy jsou sestaveny z 12 otevřených a 11 uzavřených úloh. V testu lze získat maximálně 50 bodů, polovina z nich je za otevřené a polovina za uzavřené úlohy. Náhodné skóre testu je necelých 10 %, minimální hranice úspěšnosti je stanovena na 33 %.

Otevřené úlohy mj. testují tzv. produktivní dovednosti. V úzce otevřených úlohách se zpravidla ověřuje úroveň osvojení základních znalostí a dovedností a schopnost rutinně aplikovat vědomosti ve standardních situacích. V široce otevřených úlohách se klade důraz na přesnost a preciznost řešení. Díky zařazení otevřených úloh lze ověřovat učivo planimetrie v konstrukčních úlohách. V obtížnějších úlohách může žák uplatnit různé strategie řešení a prezentovat tak osvojení učiva na vyšší úrovni.

Z uzavřených úloh se užívají svazky dichotomických úloh, v nichž lze spolehlivě rozeznat, zdali žák vědomosti a dovednosti používá s porozuměním. Kvalita přiřazovacích úloh tkví v možnosti odstupňovat obtížnost obdobných úkolů. Úlohy s výběrem odpovědi s 5 alternativami zpravidla ověřují osvojení učiva ve standardní úrovni.

Didaktické testy z Matematiky+ se od testů z matematiky ve společné části maturit liší, mj. požadovanou úrovní osvojení učiva. V didaktických testech pro zkoušku Matematika+ je obsaženo větší množství komplexních úloh, které se v testech z matematiky ve společné části maturitní zkoušky prakticky nevyskytují. Úlohy odpovídající obtížností standardním požadavkům matematiky na gymnáziích tvoří asi 55–60 % didaktického testu. Zhruba 30 % úloh je jednodušších, avšak i tyto úlohy zpravidla překračují rozsah učiva požadovaného ve společné části maturitní zkoušky.

Zbývajících 10–15 % úloh předpokládá vyšší úroveň osvojení učiva, tedy schopnost žáka aplikovat znalosti a dovednosti v nestandardních situacích. Ani v této náročnější zkoušce se v současné době neobjevují důkazové úlohy vzhledem k jejich nízké úspěšnosti.

Žák ve zkoušce uspěje, dosáhne-li alespoň 33 % maximálního možného skóre. Výsledek alespoň dobrý je od 50 % výše, alespoň chvalitebný od 68 % výše a k výbornému výsledku je třeba získat nejméně 86 % maximálního možného skóre.

Žák způsobilý pro studium na VŠ, jejíž studijní program předpokládá další rozvoj vědomostí v matematice, by měl ve zkoušce Matematika+ dosáhnout alespoň výsledku dobrý.

O zkoušce Matematika+ nelze uvažovat jako o plošné zkoušce pro gymnázia a technické školy. Pro úspěšné absolvování didaktického testu Matematika+ se předpokládá týdenní hodinová dotace matematiky za poslední čtyři roky studia na střední škole v rozmezí od 15 do 20 hodin (včetně volitelných seminářů). Minimální hodinová dotace pro gymnázia je podle RVP 12 hodin, což lze považovat za rozumnou mez pro zkoušku z matematiky ve společné části maturit. Nelze předpokládat, že humanitně zaměřený žák si bude vybírat mezi volitelnými semináři právě matematiku. I když projekt připouští zapojení škol s dotací matematiky minimálně 10 hodinami, předpokládá se, že střední školy (SŠ) posílí výuku matematiky prostřednictvím disponibilních hodin věnovaných volitelným seminářům.

Organizace

MATEMATIKA+ je koncipována jako výběrová zkouška, organizačně má však všechny atributy standardní maturitní zkoušky. Pro její realizaci lze tedy využít celý komplex technologického, logistického a ICT zabezpečení maturitní zkoušky.

V letech 2015 a 2016 byla MATEMATIKA+ organizována jako nepovinná zkouška profilové části a celá organizace přípravy zkušební dokumentace, přihlašování žáků a realizace byla podřízena pravidlům platným pro maturitní zkoušku. V roce 2017 se v souladu s Vyhlášením pokusného ověřování MATEMATIKA+ vrátila do režimu, v jakém probíhala při prvním ročníku v roce 2014, tedy do režimu organizace mimo maturitní zkoušku a konání pouze v jednom, jarním, zkušebním období. Stejně jako v předchozích ročnících se zkouška konala formou didaktického testu zařazeného na konec jednotného zkušebního schématu určeného pro písemné zkoušky společné části maturitní zkoušky. Pro realizaci zkoušky byl využit celý komplex technologického, logistického a ICT zabezpečení maturitní zkoušky.

Harmonogram přípravy a realizace

Pro přípravu a realizaci pilotního projektu byl stanoven následující harmonogram:

Název úkolu	Zahájení	Dokončení
Pokusné ověřování zkoušky Matematika+ 2017	04. 10. 2016	22. 05. 2017
Informování vysokých a středních škol	24. 10. 2016	07. 11. 2016
Založení projektu MA+ 2017 v IS CERTIS	04. 10. 2016	28. 10. 2016
Informace od VŠ ohledně akceptace MA+	01. 11. 2016	31. 03. 2017
Přihlášení k MA+ prostřednictvím VPŽ	15. 12. 2016	16. 01. 2017
Předání autentizačního kódu VPŽ žákům	15. 12. 2016	21. 12. 2016
Zpřístupnění VPŽ žákům pro registraci k MA+	02. 01. 2017	16. 01. 2017
Příprava zkušební dokumentace	01. 11. 2016	15. 02. 2017
Výroba zkušební dokumentace	01. 03. 2017	10. 03. 2017
Výběr a smluvní sjednání spádových škol pro MA+ 17	20. 02. 2017	31. 03. 2017

Název úkolu	Zahájení	Dokončení
Distribuce zkušební dokumentace v rámci ZD k MZ	24. 04. 2017	27. 04. 2017
Konání MA+ v rámci JZS MZ17	02. 05. 2017	15. 05. 2017
Hodnocení otevřených úloh didaktického testu – v rámci MZ17	02. 05. 2017	15. 05. 2017
Hodnocení uzavřených úloh – v rámci MZ17	02. 05. 2017	10. 05. 2017
Zpřístupnění výsledků formou výpisu DT MA+ přes VPŽ	19. 05. 2017	22. 05. 2017

Informační podpora

První cílovou skupinou v rámci informování o pokusném ověřování zkoušky MATEMATIKA+ 2017 byly střední školy, jejichž žáci byli potenciálními uchazeči o vykonání zkoušky. Školy byly v první fázi informovány o změně v organizaci zkoušky oproti předchozím dvěma ročníkům. Jako hlavní informační kanál pro školy byl zvolen hromadně rozesílaný e-mail, který stejnému účelu slouží i při organizaci maturitní zkoušky. Spolu s IS CERTIS tvoří hromadně rozesílané e-maily hlavní páteř komunikace se školami a díky neustálé aktualizaci databáze kontaktů jde o velmi spolehlivý komunikační systém.

Před začátkem přihlašování k maturitní zkoušce v jarním zkušebním období 2017 byl školám zaslán další hromadný e-mail, který obsahoval informace k tomu, jakým způsobem se maturanti budou moci k výběrové zkoušce MATEMATIKA+ hlásit. Specifičtější komunikace směrem ke středním školám pak probíhala mezi Centrem a tzv. spádovými školami, na nichž se měla zkouška konat. Tyto školy byly vybírány s ohledem na strukturu přihlášených žáků a probíhala s nimi i aktivní forma telefonické a e-mailové komunikace prostřednictvím oblastních manažerů logistiky a operátorů HelpDesku Centra. HelpDesk Centra byl k dispozici všem školám.

Druhou cílovou skupinou byly fakulty vysokých škol, kterým byl na podzim 2016 odeslán informační e-mail se základními informacemi o zkoušce MATEMATIKA+ a požadavkem na podání zpětné vazby ve smyslu možného využití výsledku zkoušky MATEMATIKA+ v rámci přijímacího řízení či stipendijního programu. Pro případné dotazy mohly vysoké školy využít e-mailovou adresu info@cermat.cz, případně telefonický kontakt na referát vnějších vztahů Centra.

Třetí cílovou skupinou byli samotní žáci, kteří se ke zkoušce mohli dobrovolně přihlásit, a veřejnost. Tato cílová skupina byla informována prostřednictvím webových adres www.novamaturita.cz, www.cermat.cz a také vpz.cermat.cz. Na adrese www.novamaturita.cz byly aktualizovány informace ke zkoušce MATEMATIKA+ 2017 během září a října 2016. Informace ke zkoušce, včetně základních pokynů pro přihlášení, byly součástí Maturitního zpravodaje č. 39, který byl zveřejněn 9. listopadu 2016. V listopadu 2016 byl na webovém portálu www.novamaturita.cz zveřejněn také seznam fakult vysokých škol akceptujících nějakým způsobem výsledek zkoušky MATEMATIKA+. Tento seznam byl v průběhu školního roku 2016/2017 pravidelně aktualizován.

Výše zmíněný Výsledkový portál žáka (VPŽ) na adrese vpz.cermat.cz od spuštění v polovině prosince 2016 sloužil nejen jako systém pro registraci uchazečů (probíhala od 2. do 16. ledna), ale rovněž jako další informační kanál. Portál je přímo propojen s informačním systémem CERTIS, který bezpečně uchovává data o přihlášených uchazečích, a díky tomuto propojení mohly být v předem avizovaném termínu, během března 2017, odeslány uchazečům pozvánky ke zkoušce na e-mailové adresy, které uchazeči zadali při přihlašování. K poskytnutí výsledků zkoušky žákům po 20. květnu 2017 posloužil opět tento portál, stačilo, aby si žák pod svou registrací jednoduchým způsobem zadal souhlas se zasláním výsledkového dokumentu (výpisu výsledku didaktického testu MATEMATIKA+), na kterém je

uveden i detailní bodový zisk u jednotlivých úloh. Současně s výpisem výsledku didaktického testu byl odeslán vyhodnocený záznamový arch. Prostřednictvím adresy info@cermat.cz si maturanti konající zkoušku MATEMATIKA+ mohli zažádat také o zaslání výpisu výsledku didaktického testu s elektronickým podpisem pro potřeby vysokých škol.

Po celou dobu organizace pokusného ověřování zkoušky MATEMATIKA+ byla žákům k dispozici infolinka Centra na čísle 224 507 507 s operátory HelpDesku a zároveň e-mailové adresy info@novamaturita.cz a info@cermat.cz.

Režim přihlašování

Přihlašování k pokusnému ověřování zkoušky MATEMATIKA+ začalo v souladu s vyhlášením 2. ledna 2017 a o jeho způsobu byli uchazeči informováni prostřednictvím webových stránek. Obdobně jako v roce 2014 bylo přihlašování uchazečů řešeno prostřednictvím Výsledkového portálu žáka na adrese vpz.cermat.cz.

Po vstupu na portál vpz.cermat.cz si uchazeč nejprve mohl pročíst základní informace ke zkoušce a návod k přihlášení. To spočívalo v jednoduché registraci, ke které žák potřeboval jedinečnou e-mailovou adresu, své zvolené heslo obsahující minimálně 8 znaků a autentizační kód VPŽ. Autentizačním kódem VPŽ byl 10místný alfa-numerický kód, který byl uveden na výpisu z přihlášky žáka k maturitní zkoušce. Po zadání údajů odeslal systém VPŽ žákovi potvrzující e-mail o registraci. Tím byl žák k pokusnému ověřování zkoušky MATEMATIKA+ přihlášen a zároveň se prostřednictvím VPŽ mohl do předem určeného termínu ze zkoušky odhlásit.

Po ukončení přihlašování dne 16. ledna 2017 byla data z portálu importována do IS CERTIS, jehož prostřednictvím byli uchazeči rozsazeni do spádových škol. O umístění do konkrétní spádové školy byli následně informováni v pozvánce ke zkoušce.

Metodická podpora

Ředitelům spádových škol a zadavatelům zkoušky v učebně byly v dostatečném předstihu zpřístupněny metodické pokyny k zajištění zkoušky ve škole. Jejich forma i struktura nebyla nijak odlišná od formy, která se využívá pro maturitní zkoušku a na kterou jsou pedagogičtí pracovníci škol zvyklí.

Logistika a technologie

Logistický model zkoušky MATEMATIKA+

Systém logistického zabezpečení byl členěn na následující segmenty:

- příprava zkušební dokumentace včetně modifikací PUP a překladu do polštiny;
- přihlášení žáků ke zkoušce;
- výroba zkušební dokumentace, její uskladnění a distribuce do zkušebních míst;
- realizace zkoušek;
- pořízení, zpracování, vyhodnocení a prezentace výsledků a jejich archivace;
- zajištění personální infrastruktury;
- řízení, monitorování a informační zajištění logistických procesů a řízení bezpečnostních rizik.

Zkušební dokumentace

Centrum připravilo zkušební dokumentaci pro zkoušku MATEMATIKA+ pro každého přihlášeného žáka (uchazeče) na základě údajů z přihlášek k maturitní zkoušce. Zkušební dokumentace obsahovala:

Testový sešit

Testový sešit je dokument obsahující zadání zkoušky. Příprava a výroba testových sešitů byla zajištěna v bezpečnostním režimu Tiskového, produkčního a kompletačního centra (TPKC).

Záznamový arch

Pro zkoušku byl připraven a vyroben záznamový arch, na kterém je uveden název zkoušky, kód zkoušky, identifikační kód žáka, jméno a příjmení žáka a RED IZO školy. ID kód žáka, jeho jméno, příjmení a RED IZO kmenové školy jsou údaje, které jsou na záznamový arch automaticky generovány z přihlašovací aplikace. Záznamový arch slouží k zápisu řešení úloh zkoušky a je přizpůsoben záznamu různých typů odpovědí, tedy od prostého vyznačení vybrané alternativy po záznam postupu řešení. Záznamový arch umožňuje i řešení široce otevřených úloh včetně geometrických úloh s předkreslenými obrázky.

Ostatní zkušební dokumentace

Ostatní zkušební dokumentaci tvoří zejména:

- prezenční listiny;
- protokoly o průběhu konání zkoušek v učebně;
- pokyny pro zadavatele do učebny;
- výčetky zkušebních materiálů;
- doprovodné materiály (obálky, plomby).

Segment výroby zkušební dokumentace a její distribuce do zkušebních míst

Zkušební dokumentace byla centrálně vyráběna a distribuována do jednotlivých zkušebních míst společně se zkušební dokumentací písemných zkoušek společné části maturitní zkoušky.

Z pohledu nároků na kvalitu tisku byla zvláštní pozornost věnována té části zkušební dokumentace, která je určena k digitalizaci a následnému automatickému vytěžení dat. Tyto zvýšené nároky na kvalitu tisku se týkají:

- záznamového archu;
- prezenční listiny žáků v učebně;
- protokolu o průběhu zkoušky v učebně.

Výše uvedené dokumenty určené k digitálnímu vytěžení byly vždy vyrobeny adresně, tj. s identifikátory konkrétní školy, učebny, žáka a typu dokumentu.

Veškerá dokumentace byla tištěna digitálně černobíle na papír s gramáží 80 g/m².

Identifikace místa konání zkoušek

Zkušební místo

Zkušebním místem se rozumí škola, resp. její odloučené pracoviště, kde jsou administrovány písemné zkoušky. Zkušební místo je hlavní jednotkou pro balení a distribuci. Zkouška MATEMATIKA+ se konala v 264 zkušebních místech.

Zkušební učebna

Zkušební učebnou je entita žáků s jednoznačnou vazbou na zkušební místo, kde probíhá právě jedna zkouška nebo dílčí zkouška. Zkušební učebna je nejmenší jednotkou pro kompletaci a balení zkušební dokumentace. Kapacita učebny je maximálně 17 žáků, v případě žáků s přiznaným uzpůsobením podmínek pak 14 žáků.

Předmět a rámcový objem výroby

Objem výroby je určen počtem přihlášených žáků a rozsahem zkušební dokumentace. Pro zkoušku MATEMATIKA+ byla vyráběna zkušební dokumentace pro 2 167 žáků. Na základě přihlášek bylo nutné upravit testové sešity pro žáky s přiznaným uzpůsobením podmínek (PUP) pro konání maturitní zkoušky skupin 2 a 3 kategorie SPUO.

Kompletace zkušební dokumentace

Balíček pro učebnu

Balíček, který je bezpečně zabalen, obsahuje následující dokumenty:

- výčetku materiálů na učebnu;
- prezenční listinu;
- testové sešity;
- záznamové archy;
- pokyny pro zadavatele do učebny;
- protokol o průběhu zkoušky v učebně.

Balíček pro zkušební předmět

Balíček pro zkušební předmět obsahuje požadované balíčky pro učebny dle rozsazení žáků.

Zásilka pro zkušební místo

Zásilka pro zkušební místo obsahovala balíček pro zkušební předmět MA+ a další doprovodné materiály, kterými jsou:

- výčetka materiálů na zkušební místo;
- papírové obálky.

Termínové a kapacitní požadavky na zajištění výroby

Výroba zkušební dokumentace probíhala v březnu 2017 separátně od výroby zkušební dokumentace pro písemné zkoušky maturitní zkoušky.

Distribuce do škol

Distribuce zadání zkoušky do zkušebních míst proběhla společně s distribucí zadání pro písemné zkoušky společné části maturitní zkoušky ve dnech 24. až 27. dubna 2017.

Realizace písemných zkoušek, tedy didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+

Procesy předcházející konání písemných zkoušek v učebnách

Před termínem konání písemných zkoušek ředitel zajistí místnost pro uložení zásilky se zkušební dokumentací zaslanou z Centra, zkontroluje přípravu učeben, informuje žáky o možnosti využití povolených pomůcek a jmenuje zadavatele.

Ředitel školy zajistí ve škole vyvěšení jmenných seznamů žáků, které mu byly vygenerovány v IS CERTIS.

Bezprostředně před konáním zkoušky se ve zkušebním místě uskuteční společné jednání komisaře, zadavatelů a ředitele školy. Komisař v rámci jednání překontroluje platnost dokladů jednotlivých zadavatelů (tj. Jmenování ZAD) a neporušenost balení zásilky se zkušební dokumentací.

Ředitel školy zásilku protokolárně otevře, vyjme z ní dokumentaci pro příslušné zkušební učebny a předá pod dohledem komisaře každému zadavateli balíček pro jeho učebnu a jednu prázdnou obálku určenou na odevzdání dokumentace po ukončení zkoušky.

Procesy v průběhu konání písemných zkoušek v učebnách

Zkouška MA+ se konala dne 5. 5. 2017 dle jednotného zkušebního schématu. Nejdříve zadavatel provedl administraci zkoušky – zkontroloval pomůcky a rozdal dokumentaci, pak žáci řešili jednotlivé úlohy v testu, po uplynutí časového limitu zadavatel vybral vyplněné záznamové archy a vyplnil protokol o průběhu zkoušky v učebně.

Procesy následující bezprostředně po konání písemných zkoušek SČ MZ v učebnách

Zpracování zkušební dokumentace po zadávání písemných zkoušek je založeno především na správném rozřídění zkušební dokumentace z jednotlivých učeben. Vždy je však prvním krokem předání veškeré dokumentace z učebny zadavatelem komisaři v této struktuře:

- obálka obsahující záznamové archy, prezenční listinu a protokol o průběhu zkoušky v učebně;
- testové sešity a ostatní zkušební dokumentace vyjma záznamových archů a Protokolu o průběhu MZ v učebně.

Zkušební dokumentace z učeben je rozdělována a zpracovávána následovně:

- ✓ obálky z didaktických testů označené:
 - komisař zajistí digitalizaci obsahu obálky současně s příslušným protokolem o průběhu MZ v učebně a prezenční listinou, následně takto získaná data zašle elektronickou cestou k centrálnímu zpracování do Centra pomocí pracoviště DDT (datový a digitalizační terminál); poté komisař předá veškerou dokumentaci řediteli školy k archivaci;
- ✓ ostatní dokumentaci předá komisař řediteli školy, který s ní naloží dle vlastního uvážení (materiály nemají žádné další uplatnění).

Model vyhodnocení výsledků didaktických testů

Termín pro vyhodnocení didaktických testů zkoušky MATEMATIKA+

Termín pro předání hodnocení didaktických testů MA+ byl stanoven na 22. 5. 2017. Rozhodující vliv na dobu zpracování má rozsah a složitost hodnocení otevřených úloh.

Model vyhodnocení výsledků didaktických testů je založen na vytěžení digitalizovaných záznamových archů (ZA). Odpovědi žáků u zkoušky MATEMATIKA+ měly tyto formy:

- „křížkování“ – u uzavřených úloh;
- vlastnoruční vyplnění krátké odpovědi (slova/názvu či slovního spojení či výrazu apod.) – u úzce otevřených úloh;
- vlastnoruční zápis celého postupu řešení – u široce otevřených úloh;
- záznam (zákres) do připravených obrázků.

Všechny uzavřené úlohy jsou vyhodnocovány automatizovaně. Úzce otevřené úlohy i široce otevřené úlohy hodnotí posuzovatelé (rateři). Tuto roli vykonávají speciálně vyškolení učitelé matematiky.

Systém decentralizované digitalizace, resp. digitalizace ve zkušebních místech

Model decentralizované digitalizace umožňuje:

- centrálně i lokálně archivovat a evidovat veškerou maturitní „dokumentaci“, tj. záznamové archy didaktických testů i písemných prací, hodnotící i procesní protokoly atp.;
- vytvořit centrální úložiště veškeré „maturitní“ dokumentace a nad ním aplikaci, která umožní autorizovaným pracovníkům MŠMT a krajů přístup k veškeré dokumentaci v rámci rozhodování o odvolání (resp. žádosti o přezkoumání průběhu a výsledku zkoušky) podaném žákem.

Systém decentralizované digitalizace se skládá z následujících komponent:

- lokální digitalizační pracoviště a komunikační terminály ve školách (DDT) umístěné ve všech maturitních lokalitách (sídlech škol a jejich „maturitních“ odloučených pracovištích); funkce DDT zajišťuje digitalizační sestava (PC, dokumentový skener a tiskárna) vybavená příslušným SW, který (1) provádí autonomně automatizovaně veškeré potřebné kontroly digitalizovaných dokumentů (úplnost, čitelnost) a (2) v součinnosti se systémem centrálního řízení datové komunikace (CMDK) mezi školami a centrem řídí a optimalizuje proces odesílání dat do centra;
- centrální interní pracoviště Centra pro vytěžování dat, tj. tzv. datová vytěžovací farma (DVF); jedná se o pracoviště, které v reálném čase zpracovává digitalizované dokumenty, vytěžuje z nich příslušná data, provádí kontrolu datové integrity a řeší neshodné situace a je integrálně propojeno s IS CERTIS. Dále obsahuje systém správy centrálního datového a centrálního dokumentového úložiště (CDAS/CDOS) a IS řídicího a dohledového centra (RDC);
- systém centrálního řízení datové komunikace mezi školami a centrem; jeho úkolem je optimalizovat v komunikačních špičkách zatížení datových linek cestou rozložení datové komunikace mezi DDT a centrem.¹

Systém je integrálně propojen na další klíčové komponenty komplexního informačního systému, a to na IS CERTIS a řídicí a dohledové centrum (RDC) a na banku testových úloh (BTÚ) v rámci přípravy šablon zkušební dokumentace (záznamových archů) a procesní dokumentace (procesních protokolů), které jsou systémem zpracovávány pro potřebu monitorování logistických procesů a řízení bezpečnostních a spolehlivostních rizik.

¹ Bez této funkcionality by bylo nutné k zajištění datové komunikace provozovat neefektivně silné datové připojení, jehož přenosová kapacita by v období slabého datového toku zůstávala nevyužita.

Parametry DDT:

- HW a SW konfigurace umožňuje zpracování (tj. digitalizaci) všech typů používaných záznamových archů a procesních protokolů v reálném čase o rychlosti řádově 20–30 oboustranných dokumentů formátu A4 za minutu;
- autonomně, tj. bez komunikace s centrem, optimalizuje nastavení digitalizačních parametrů, provádí kontrolu úplnosti zpracovávané dokumentace a její reálné vytěžitelnosti DVF;
- obsluha zařízení je velmi jednoduchá a všechny procesy jsou plně automatizovány; systém umožňuje průběžnou vizuální kontrolu zpracovávaných dokumentů a při zjištění neshodných situací informuje uživatele komfortním způsobem o původu chybového stavu a nabízí způsoby jeho opravení;
- DDT umožňuje produkovat protokoly, tj. auditovatelné doklady o průběhu a ukončení příslušných procesů.

Systém nevyžaduje nadstandardní zajištění konektivity. Datový objem odpovídající jedné průměrně obsažné digitalizované ČB straně formátu A4 nepřekračuje hodnotu 50 kB.

Systém DDT/DVF/CMDK byl využit k pokrytí následujících procesů:

- digitalizace, elektronický přenos, datové vytěžení záznamových archů didaktických testů za účelem jejich automatizovaného a manuálního vyhodnocení a uložení v centrální databázi výsledků a za účelem centrální digitální archivace digitální podoby ZA DT.

Výstupní dokumenty (certifikáty)

Výstupními dokumenty pro žáky jsou:

- Výpis výsledku didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+

Předání výpisu výsledku didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+ proběhlo elektronickou formou. Žáci na Výsledkovém portálu žáka zadali souhlas se zasláním výsledkového dokumentu a v závislosti na zadání souhlasu byl v IS CERTIS vygenerován výpis výsledku didaktického testu zkoušky MATEMATIKA+, který byl zaslán na e-mailovou adresu, kterou žák uvedl při registraci. Výpis žák obdržel v příloze e-mailu v komprimované složce, která byla chráněna heslem – autentizačním kódem VPŽ. Na vyžádání byl žákům zaslán výsledkový dokument s vygenerovaným elektronickým podpisem Centra z důvodu autorizace dokumentu.

Hodnocení žákovských zápisů řešení didaktických testů

Didaktický test zkoušky MATEMATIKA+ byl zařazen jako poslední zkouška jednotného zkušebního schématu písemných zkoušek společné části maturitní zkoušky v jarním zkušebním období 2017 na 5. května 2017.

Záznamové archy didaktických testů s žákovským zápisem řešení byly hodnoceny ve shodném systému a se stejným programovým i technickým vybavením jako při hodnocení didaktických testů (DT) společné části maturitní zkoušky.

Celkem bylo ohodnoceno 1 876 záznamových archů DT, z nichž každý obsahoval 23 úloh, z toho bylo 11 úloh uzavřených a 12 úloh otevřených. Z těchto 12 otevřených úloh pak bylo 5 široce otevřených, v jejichž zadání byl požadavek zapsat i postup řešení, který byl také předmětem hodnocení.

Uzavřené úlohy byly hodnoceny strojově, informační systém rozlišil označení (zaškrtnutí) správné a nesprávné odpovědi.

Pro hodnocení otevřených úloh byly využity stejné principy i postupy jako při maturitní zkoušce. Vlastní hodnocení úloh probíhalo on-line v systému IS CERTIS. Každou otevřenou úlohu (výřez ze záznamového archu obsahující odpověď žáka) hodnotili na sobě nezávisle dva rateři. V případě jejich neshody úlohu přehodnotil tzv. superrater (vedoucí koordinující činnost raterů a dohlízející na správnost hodnocení). Objektivita hodnocení byla zachována – rater neviděl ani jméno, ani identifikační kód žáka, pouze výřez s úlohou.

Více jak 26,2 tis. otevřených úloh (cca 52,5 tis. výřezů) hodnotilo 25 raterů. Koordinaci hodnocení a kontrolní činnost zajišťovali 2 superrateři.

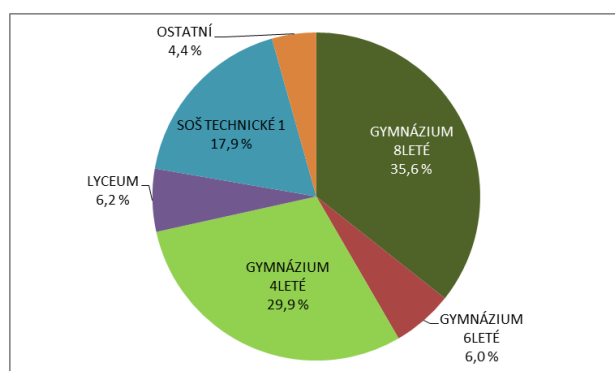
Analytická data

Přihlášky a výsledky

Zájem žáků o zkoušku byl do značné míry ovlivněn postojem vysokých škol a pravděpodobně i změnou způsobu realizace zkoušky. Následující tabulka obsahuje informace o počtu přihlášených, účasti a výsledcích podle vybraných skupin oborů vzdělání.

MA+ JARO 2017	PŘIHLÁŠENI	KONALI	NEKONALI	NEUSPĚLI	USPĚLI	ČISTÁ NEÚSPĚŠNOST (%)	% SKÓR
CELKEM	2167	1870	297	489	1381	26,1	48,5
GY4	649	575	74	145	430	25,2	47,3
GY6	164	138	26	31	107	22,5	50,7
GY8	785	680	105	87	593	12,8	57,7
LYC	140	130	10	52	78	40,0	39,3
ST1	383	315	68	158	157	50,2	35,4
ST2	10	7	3	4	3	57,1	32,9
SEK	18	12	6	5	7	41,7	33,7
SHP	3	1	2	1	0	100,0	20,0
SUM	2	1	1	1	0	100,0	24,0
UTE	10	10	0	5	5	50,0	31,2
UOS	1	1	0	0	1	0,0	44,0
NTE	2	0	2	0	0	–	–

Pozn.: Pro časté chybné použití pojmu „průměrné úspěšnosti v %“, která bývá nesprávně interpretována jako doplněk „% neúspěšnosti“ do 100 %, je použit ekvivalentní pojem „% SKÓR“, což znamená průměrný dosažený výsledek v %.



Graf znázorňuje podíl zastoupení přihlášených k MA+ z jednotlivých oborů SŠ na všech k MA+ přihlášených. Největší zájem o zkoušku měli maturanti z osmiletých a čtyřletých gymnázií, často se hlásí i žáci ze SOŠ technických.

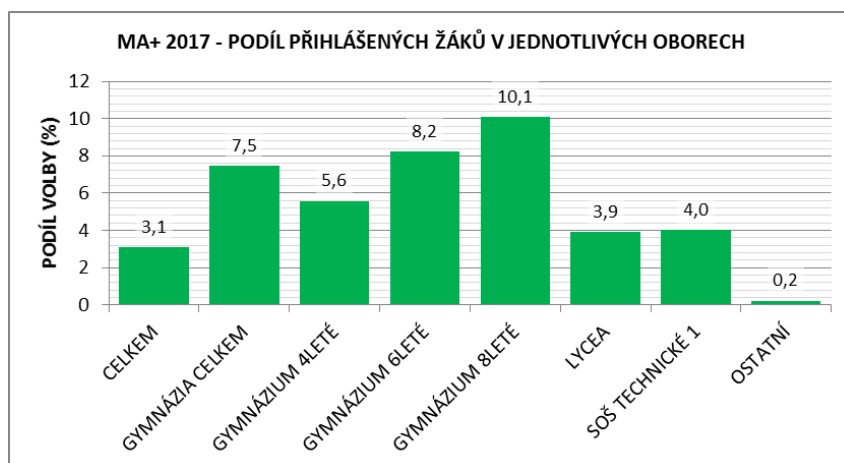
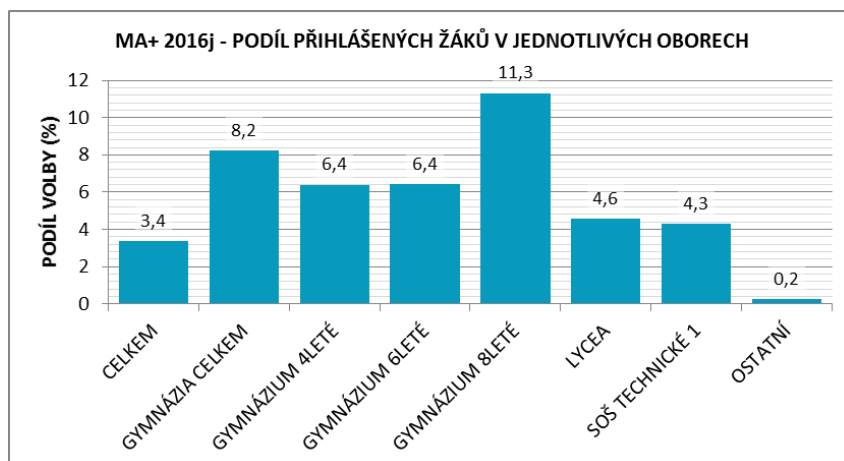
Ve školním roce 2016–2017 byl zájem o zkoušku nepatrně nižší než v roce předchozím (pokles podílu přihlášených o 0,3 procentního bodu). Rozhodování žáků bylo pravděpodobně

ovlivněno skutečností, že se ke zkoušce do systému registrovali sami po podání přihlášek

MZ ŘÁDNÝ TERMÍN	POČET PŘIHL. K MZ CELKEM	POČET PŘIHL. K MA+	PODÍL VOLBY (%)
2015J	74 714	1 922	2,6
2016J	70 720	2 378	3,4
2017	69 817	2 167	3,1

k maturitní zkoušce a zkoušku pak vykonávali na školách spádových. Střední školy tím ztratily přehled o tom, kdo se ke zkoušce hlásí, a vyučující ztratili vliv na přihlašování. Nicméně pokles je nepatrný.

Pravděpodobně zde sehrálo kladnou roli i to, že žáci měli včasné informace jak od svých vyučujících, tak od vysokých škol.



Zájem škol

Matematika+ by měla být předmětem zájmu zejména těch žáků gymnázií a technických oborů, kteří se chystají ke studiu matematických, technických, ekonomických, chemických a některých dalších přírodovědných oborů na vysoké škole.

Ve školním roce 2016/2017 se ke zkoušce přihlásili žáci z 347 středních škol, což představuje 30,7 % středních škol, jejichž žáci se přihlásili k řádnému termínu maturitní zkoušky. Nejvyšší podíl (67 %) v rámci oborů středního vzdělání zaujala osmiletá gymnázia, zkoušky se zúčastnili žáci ze 177 osmiletých gymnázií s maturitními ročníky v daném školním roce.

	MA+	MZ2017J	PODÍL V %
GY4	159	283	56,2
GY6	33	61	54,1
GY8	177	264	67
ST1+LYC	88	370	23,8
SŠ CELKEM	347	1 131	30,7

Téměř z jedné třetiny gymnázií se ke zkoušce nepřihlásil ani jeden žák. Nabízí se otázka, mají-li žáci na těchto školách možnost dosáhnout na požadovanou úroveň nebo nechybí-li jim motiv se na zkoušku připravovat či ji absolvovat. Pokud chtějí vysoké školy získat lépe připravené žáky v matematice, měly

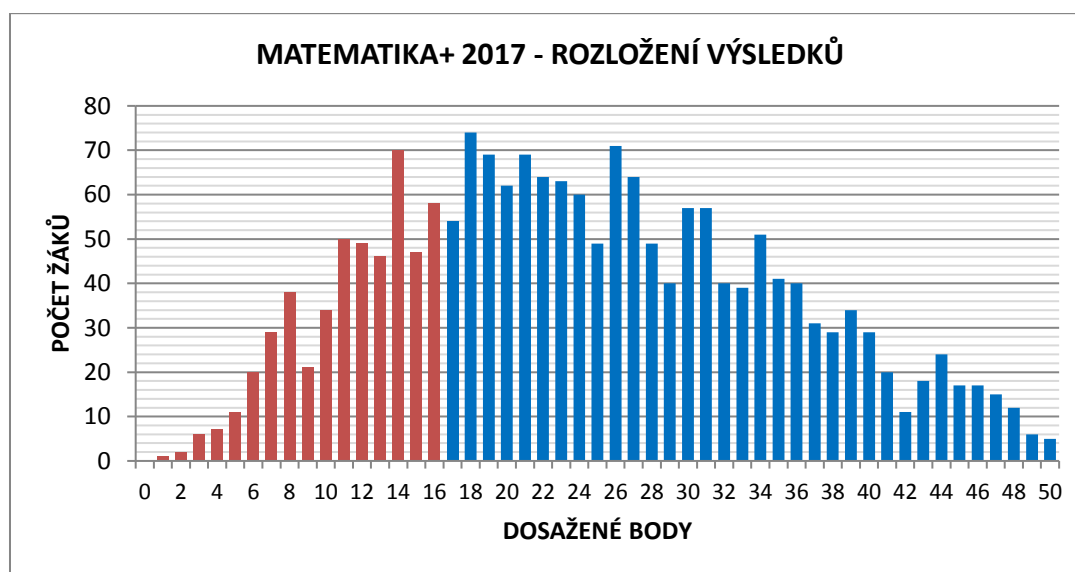
by středním školám vyslat jasný signál např. v podobě zohlednění výsledků Matematiky+ u přijímacího řízení při vstupu na vysokou školu. Postupně této možnosti využívá stále více škol, které potřebují kvalitně připravené žáky v matematice.

Největší zájem o zkoušku v absolutním počtu byl u žáků z Prahy, Jihomoravského a Moravskoslezského kraje. Co se týká podílu přihlášených k MA+ na počtu přihlášených k řádnému termínu MZ, velký zájem byl kromě Prahy i v Pardubickém, Jihomoravském a Zlínském kraji. Žáci z Prahy, Kraje Vysočina, Jihomoravského a Pardubického kraje patří dlouhodobě mezi ty, kteří dosahují nejlepších výsledků ve zkoušce z matematiky ve společné části maturitní zkoušky.

KRAJ	OBOR STUDIA				CELKEM MA+	CELKEM MZ	PODÍL V %
	GAL	NAS	SOS	SOU			
Hl. m. Praha	440		83	1	524	10619	4,9
Jihomoravský kraj	254		32	5	291	7643	3,8
Jihočeský kraj	80		53		133	4550	2,9
Pardubický kraj	116		44		160	3521	4,5
Královéhradecký kraj	84		29	1	114	3982	2,9
Kraj Vysočina	96		34		130	3495	3,7
Karlovarský kraj	10		3		13	1559	0,8
Liberecký kraj	38		9		47	2512	1,9
Olomoucký kraj	75		5		80	4447	1,8
Plzeňský kraj	71		17	1	89	3409	2,6
Středočeský kraj	149		26		175	6437	2,7
Moravskoslezský kraj	146		47		193	8309	2,3
Ústecký kraj	43		14		57	5080	1,1
Zlínský kraj	136	2	20	3	161	4254	3,8
Celkem	1738	2	416	11	2167	69817	3,1

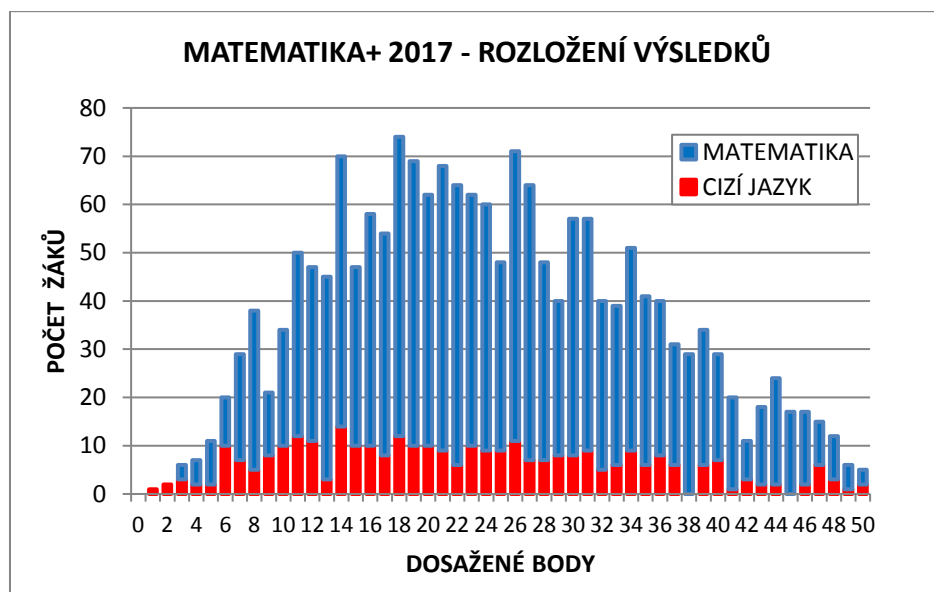
Rozložení výsledků

Z histogramu je patrné, že didaktický test velmi dobře diskriminuje. Jednoznačně lze rozlišit stupeň dosažených vědomostí a dovedností žáků.



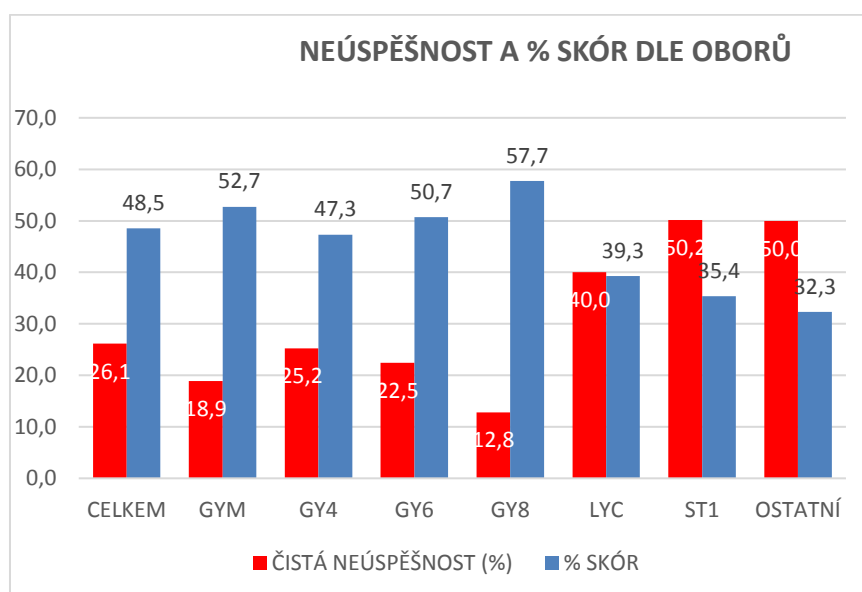
Test mj. obsahuje několik široce otevřených úloh, tedy nevyhýbá se ani hodnocení produktivních dovedností žáků. Cut-off score testu je nastaveno na 33 %, tj. 17 bodů (v grafu jsou červeně označeni neúspěšní žáci). Náhodný skór testu je nízký (kolem 9 %) a reliabilita vysoká (téměř 90 %).

Ke zkoušce MATEMATIKA+ se přihlásilo 318 žáků, kteří si ve společné části MZ jako druhou povinnou zkoušku nevybírají matematiku, ale cizí jazyk. Rozložení výsledků ve zkoušce MATEMATIKA+ a zastoupení žáků podle druhé zkoušky je následující:

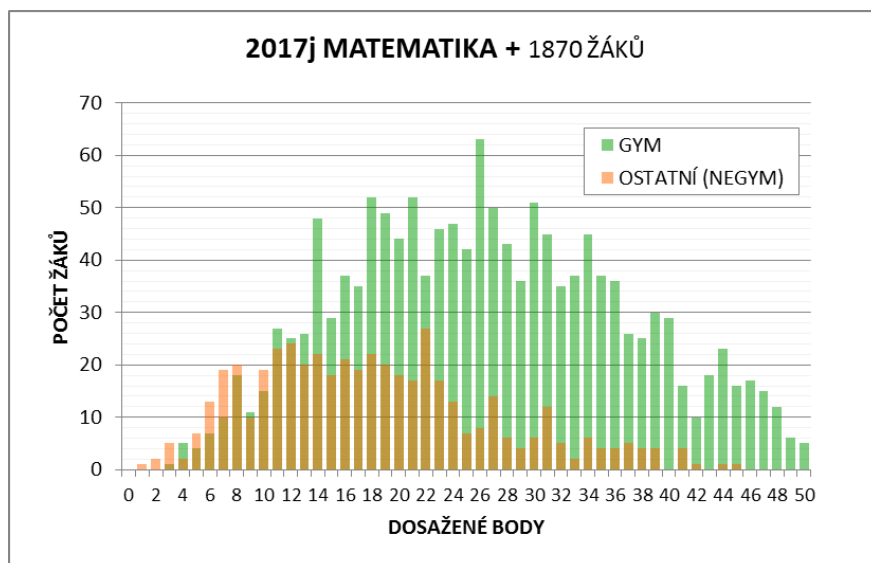


Výsledky podle studijních oborů

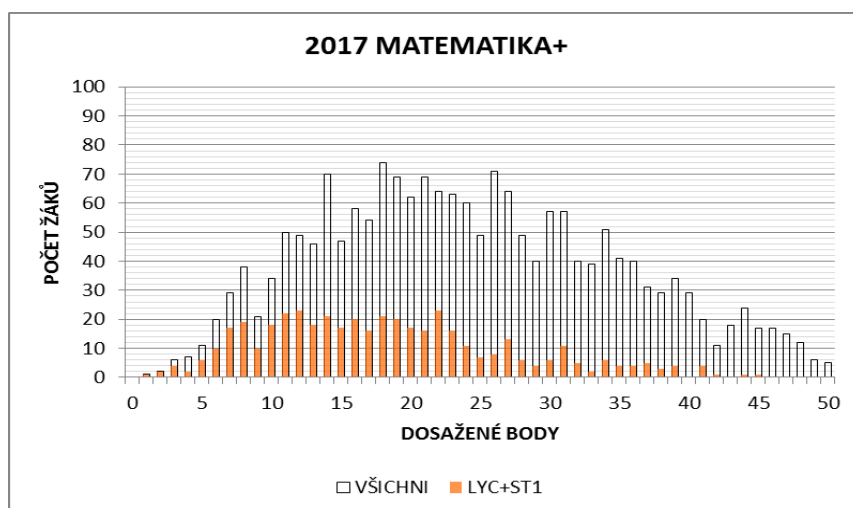
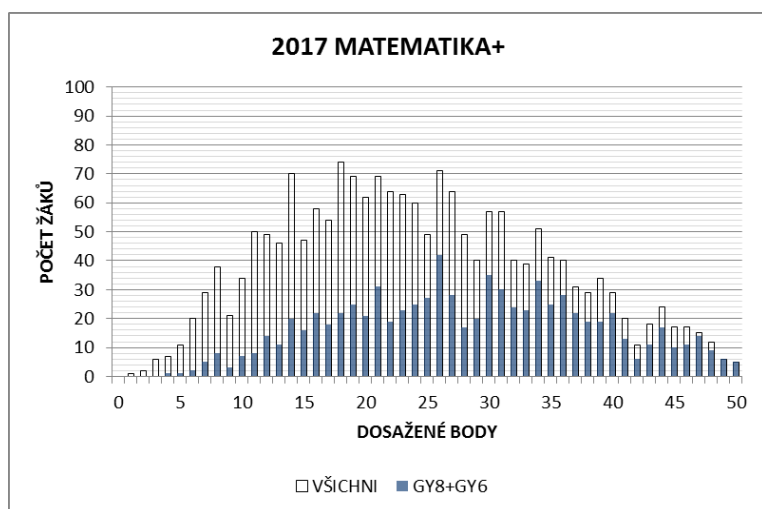
Ze zúčastněných žáků uspěli podle očekávání nejlépe absolventi gymnázií, žáci lyceí a středních odborných škol technických za nimi zaostávají. Absolventi ostatních středních škol na zkoušku prakticky nedosáhnou. Přesto nezanedbatelná část z nich míří na vysoké školy s technickým a ekonomickým zaměřením. Graf zobrazuje průměrné hodnoty dosaženého % skóru a čistou neúspěšnost (podíl počtu neúspěšných z počtu konajících).

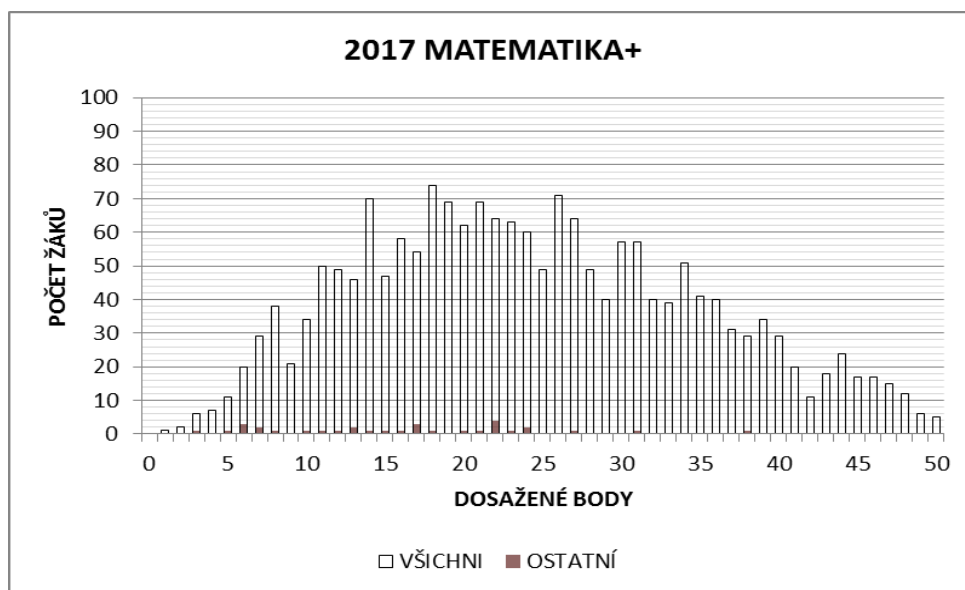


Následující graf zobrazuje výsledky gymnazistů a výsledky žáků z ostatních oborů středních škol. Mezi nejlepšími řešiteli MA+, kteří získali 49–50 bodů, jsou v roce 2017 pouze žáci gymnázií.



V následujících grafech lze sledovat rozložení výsledků čtyř základních skupin oborů vzdělání – čtyřletá gymnázia (GY4), víceletá gymnázia (GY8 a GY6), lycea a technické školy 1 (ST1 a LYC) a ostatní školy.





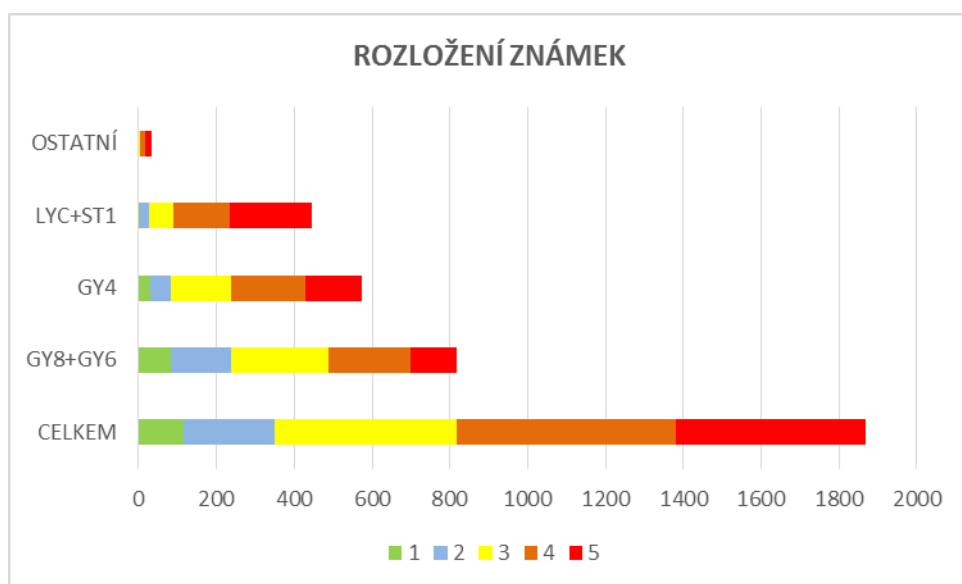
Známkování

Známka 1 nebo 2 v MATEMATICE+ garantuje vysokou úroveň vědomostí a dovedností ve středoškolské matematice. S tímto výsledkem lze s vysokou pravděpodobností předpokládat úspěšné studium na vysoké škole, a to nejen technicky zaměřené. Většinou i známka 3 v Matematice+ je spolehlivější zárukou úspěšného studia na vysoké škole než lepší známka z matematiky v rámci druhé povinné zkoušky společné části maturit.

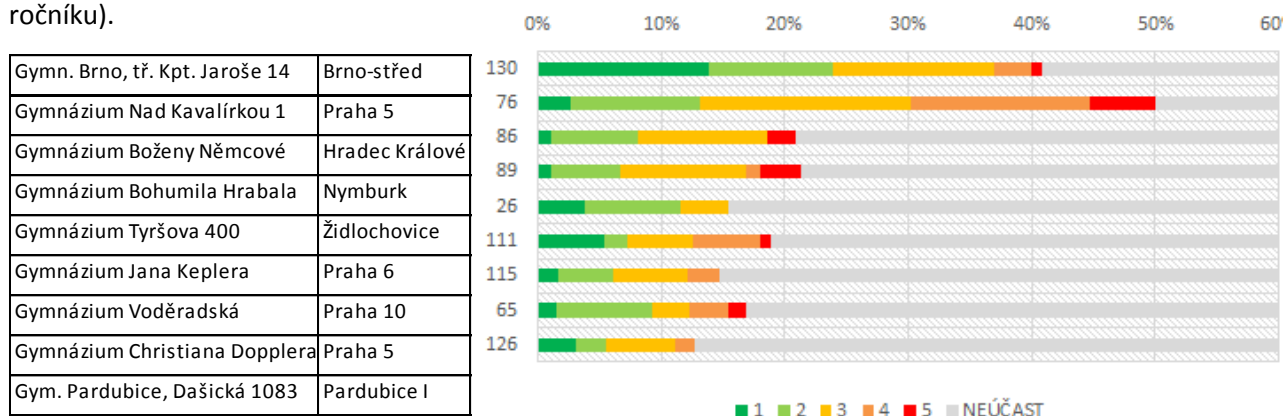
Rozložení známek podle oboru

Následující tabulka a graf ukazují rozložení známek mezi maturanty jednotlivých skupin oborů vzdělání.

ZNÁMKA	1	2	3	4	5	POČET ŽÁKŮ
CELKEM	6%	13%	25%	30%	26%	1870
GY8+GY6	10%	19%	31%	26%	14%	818
GY4	5%	10%	27%	34%	25%	575
LYC+ST1	0%	6%	14%	33%	47%	445
OSTATNÍ	0%	3%	6%	41%	50%	32

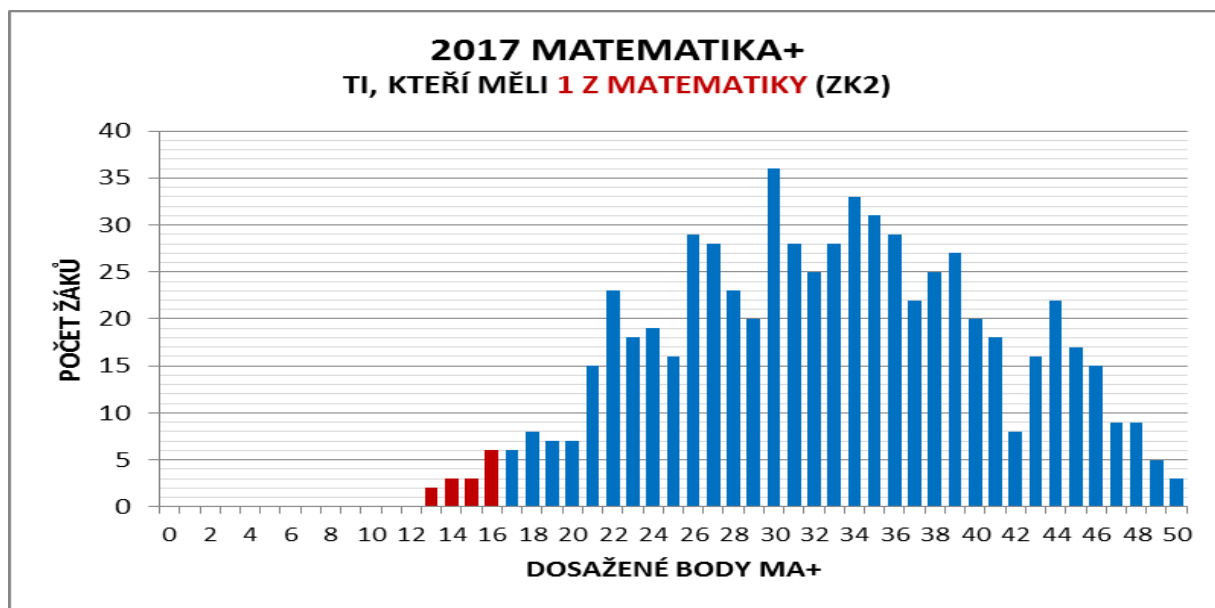


V následující tabulce jsou uvedena gymnázia s nejvyšším podílem žáků dosahujících výborných výsledků ve zkoušce MA+. V grafu je uveden i celkový počet žáků dané školy přihlášených k maturitě ve společné části (dá se předpokládat, že až na malé výjimky je totožný s počtem žáků posledního ročníku).



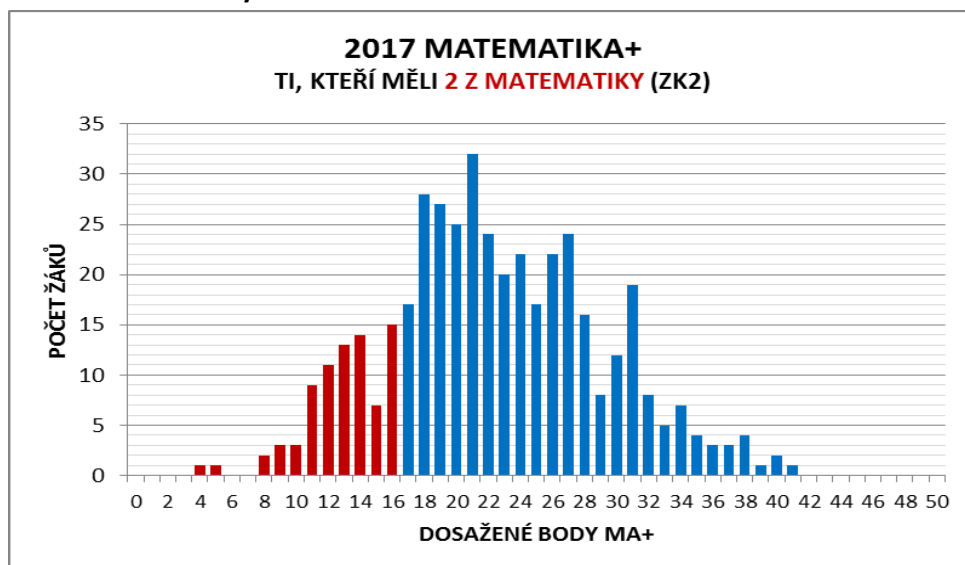
Porovnání výsledků ve zkoušce Matematika+ a v matematice ve společné části MZ

Z žáků konajících zkoušku Matematika+ pouze 318 žáků bylo přihlášeno v rámci společné části ke zkoušce z cizího jazyka, 1 545 pak ke zkoušce z matematiky, 7 žáků na základě legislativní výjimky druhou zkoušku nekonalo. V následujícím grafu jsou komplexně porovnávány známky v Matematice+ a matematice ve společné části MZ.



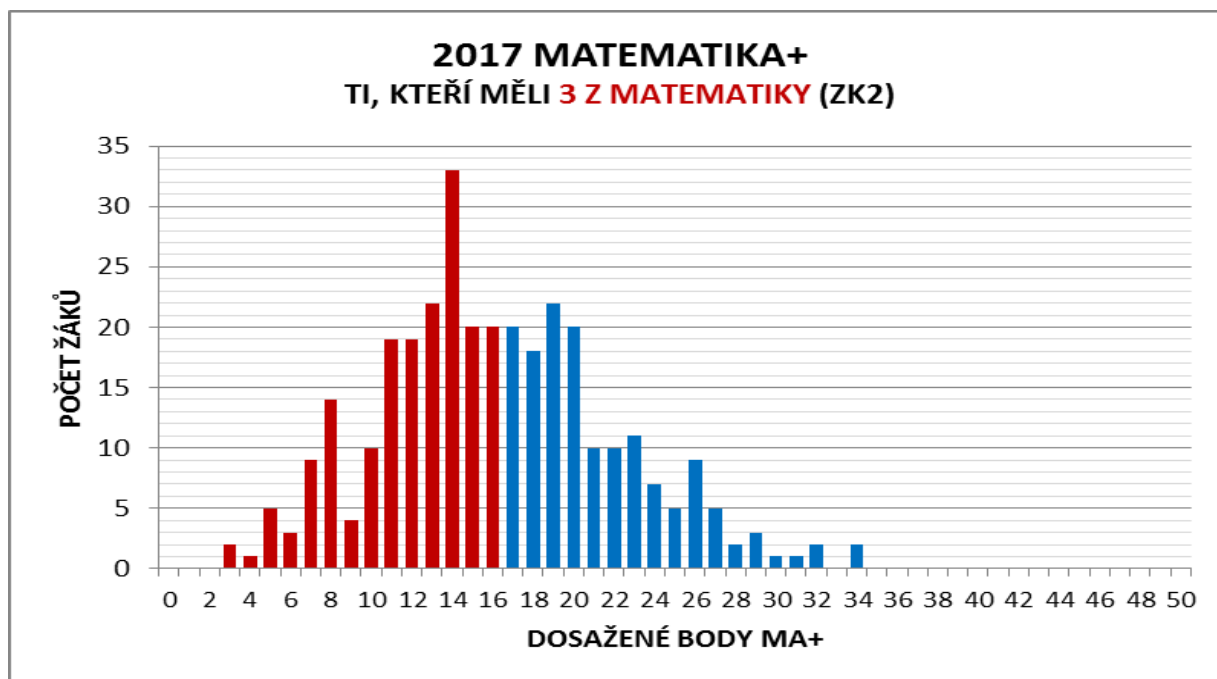
V didaktickém testu Matematika+ se výsledky sledované skupiny (659 žáků) rozložily od 13 získaných bodů v MA+ až k 50 bodům. Průměrná úspěšnost v této skupině byla 65,3 %, což odpovídá horní hranici známky 3. Nezanedbatelný podíl žáků s výborným výsledkem z matematiky ve společné části MZ měl v Matematice+ pouze výsledek dostatečný (žáci, kteří dosáhli 17–24 bodů) a 16 žáků bylo u zkoušky MA+ dokonce neúspěšných. Výborný výsledek z matematiky ve společné části MZ tedy nezaručuje kvalitní výsledek v Matematice+ a nelze z něho ani usuzovat, je-li žák dobře připraven ke studiu matematiky na vysoké škole, či nikoli. Výborný výsledek ve společné části MZ garantuje pouze velmi dobré osvojení vědomostí v matematice na základní úrovni.

V následujícím grafu je rozložení výsledků z Matematiky+ u skupiny žáků, kteří **ve společné části MZ získali z matematiky známku 2**.



V této skupině (430 žáků) je průměrná úspěšnost v Matematice+ pouhých 44,7 %, což odpovídá u této zkoušky známce 4. Nezanedbatelná část žáků této skupiny (cca 18 %) v Matematice+ neuspěla.

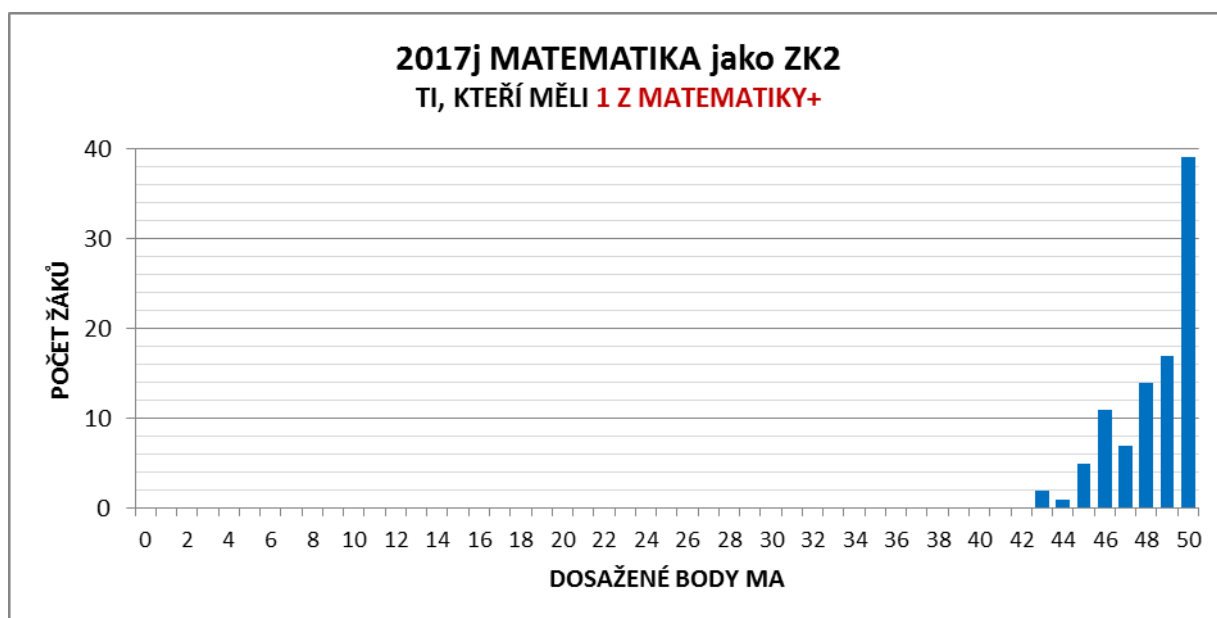
V následujícím grafu je rozložení výsledků z Matematiky+ u skupiny žáků, kteří **ve společné části MZ získali z matematiky známku 3**.



Průměrná úspěšnost těchto 109 žáků je 32,4 %, což je už pod cut off score (33 %) testu MA+. Více než polovina z těchto žáků ve zkoušce neuspěla (55 %).

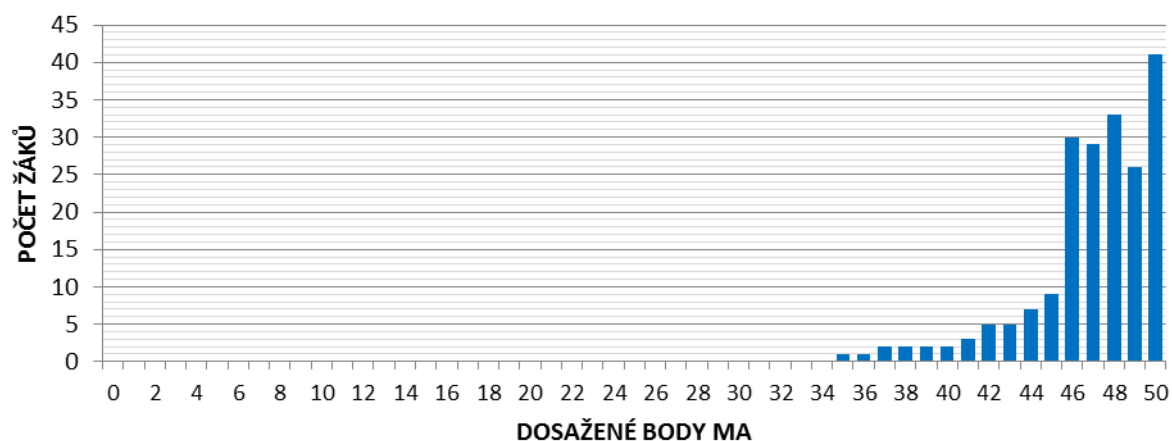
Pro dokreslení je uvedena ještě opačná závislost, tedy výsledky v matematice ve společné části MZ **v závislosti na výsledcích v Matematice+** (známky 1–5):

Známka 1 nebo 2 v Matematice+ ve většině případů garantuje výtečný výsledek v matematice ve společné části MZ.



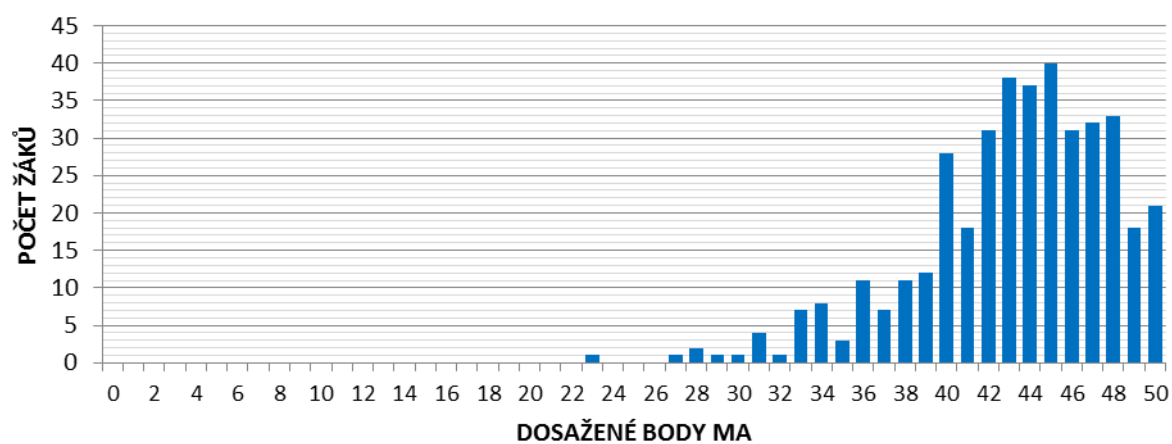
2017j MATEMATIKA jako ZK2

TI, KTEŘÍ MĚLI 2 Z MATEMATIKY+



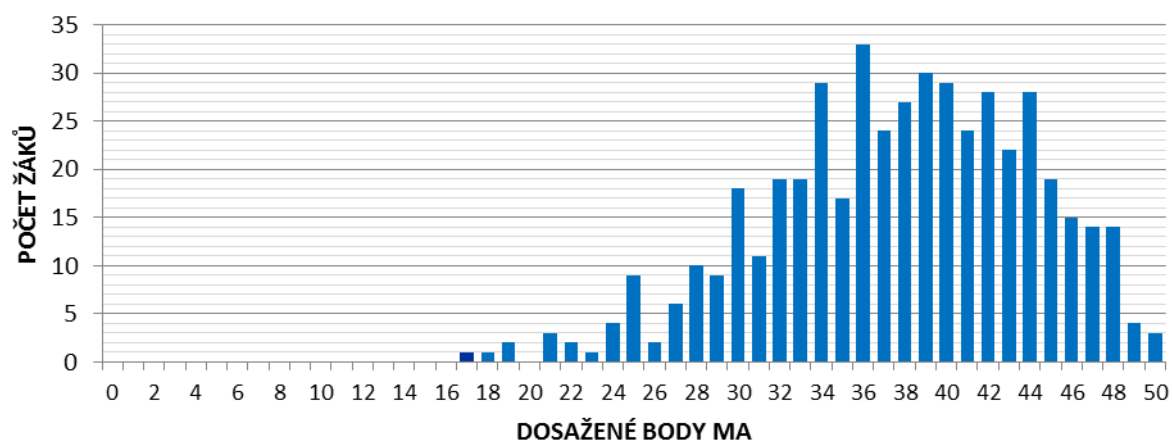
2017j MATEMATIKA jako ZK2

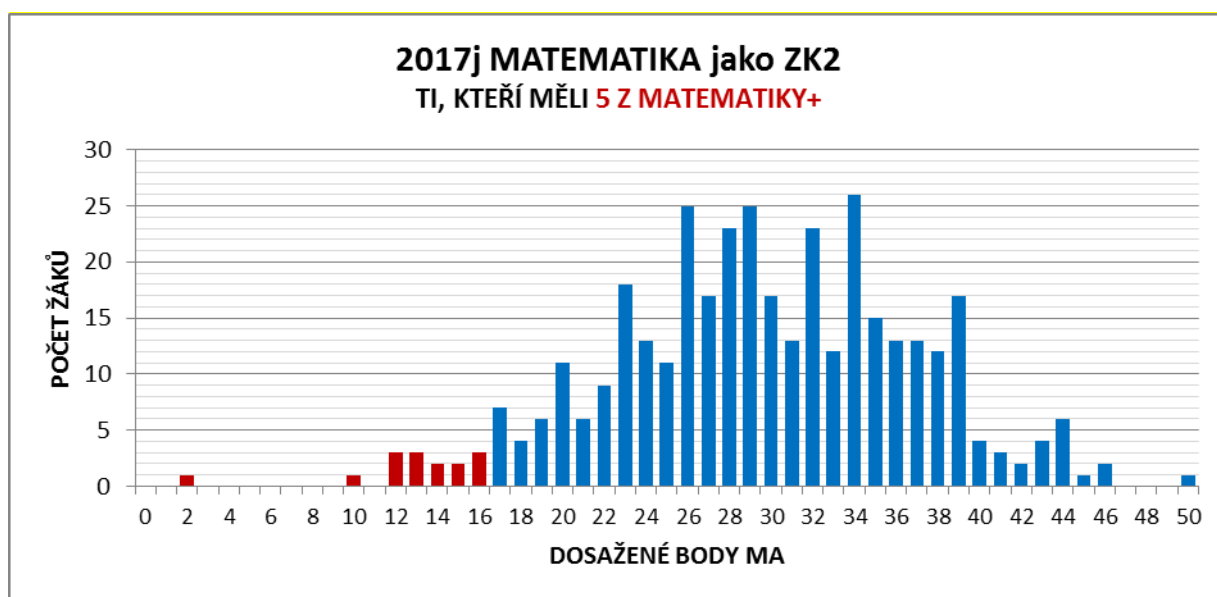
TI, KTEŘÍ MĚLI 3 Z MATEMATIKY+



2017j MATEMATIKA jako ZK2

TI, KTEŘÍ MĚLI 4 Z MATEMATIKY+





Dokonce i mezi trojkaři v Matematice+ více než polovina žáků dosáhne v matematice společné části MZ na známku 1 a téměř všichni zbývajcí žáci mají známku 2. Podobně i největší část skupiny žáků se známkou 4 v Matematice+ uspěla v testu z matematiky ve společné části MZ téměř o dva stupně lépe a nezanedbatelný počet žáků dosáhl dokonce na známku 1. Z ostatních známek byly známky 2 a 3 daleko četnější než známka 4 a nebyl nikdo, kdo by z matematiky ve společné části maturitní zkoušky neuspěl. Z 374 žáků, kteří v MA+ neuspěli, je 16 žáků, kteří v matematice získali známku 1.

Předcházející grafy neobsahují výsledky z Matematiky+ těch žáků, kteří si jako druhou povinnou zkoušku ve společné části MZ vybrali cizí jazyk a zkoušku z matematiky tak nekonali. I mezi nimi je nezanedbatelná část žáků s výtečnými výsledky v Matematice+.

Proč dobrá známka z matematiky ve společné části MZ nemusí garantovat dobré studijní výsledky na VŠ?

Požadavky k matematice ve společné části MZ jsou průnikem požadavků všech maturitních oborů, mj. i učňovských škol s maturitou.

Matematika+, která je výběrovou zkouškou, naopak obsahuje standardní požadavky pro uchazeče o studium technických oborů vysokých škol.

Katalog požadavků k Matematice+ obsahuje kromě všech požadavků z katalogu k matematice ve společné části MZ ještě následující učivo (řazeno podle témat):

Číselné obory

Mocnina s racionálním exponentem, doplněk, rozdíl množin. Komplexní čísla – kompletně.

Výrazy

Výrazy s odmocninami a s racionálním exponentem, složitější úpravy mnohočlenů a lomených výrazů; výrazy s absolutní hodnotou.

Rovnice a nerovnice

Rovnice s neznámou pod odmocninou, s absolutní hodnotou, nerovnice s absolutní hodnotou, soustava kvadratické a lineární rovnice, lineární a kvadratické rovnice s parametrem, kvadratické rovnice v oboru $\mathbb{C}$, početní a grafické řešení kvadratické nerovnice.

Funkce

Transformace grafů funkcí, absolutní hodnota u funkcí apod., vlastnosti funkcí – sudá, lichá, periodická, prostá, omezená apod., inverzní funkce.

Mocninná funkce, úprava výrazů s elementárními funkcemi, goniometrické rovnice (standardní) a nerovnice (jednoduché); exponenciální a logaritmické rovnice (standardní), exponenciální a logaritmické nerovnice.

Posloupnosti

Rekurentní zadání posloupnosti, vlastnosti posloupností, limita posloupnosti, nekonečná geometrická řada.

Planimetrie

Konstrukční geometrie, obvodové a středové úhly, shodná zobrazení, stejnolehlost.

Stereometrie

Polohové a metrické vlastnosti útvarů v prostoru.

Analytická geometrie

Kuželosečky, analytická geometrie v prostoru kompletně.

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Binomická věta, Pascalův trojúhelník, pravděpodobnost sjednocení a průniku jevů.

Úvodní oddíl kompetencí navíc obsahuje:

Osvojení matematických pojmů a dovedností

Dokázat jednoduchou matematickou větu, vytvořit, ověřit, zdůvodnit nebo vyvrátit hypotézu.

Žáci, kteří vykonali úspěšně zkoušku z matematiky společné části MZ, nemuseli být s uvedenými oblastmi učiva vůbec seznámeni.

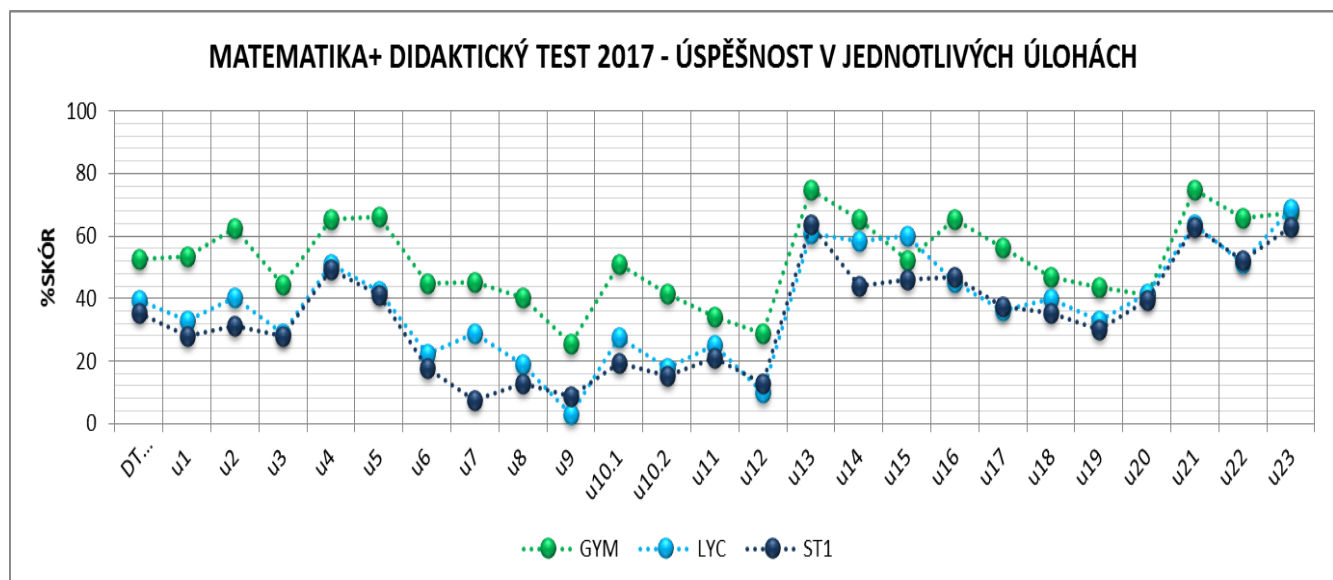
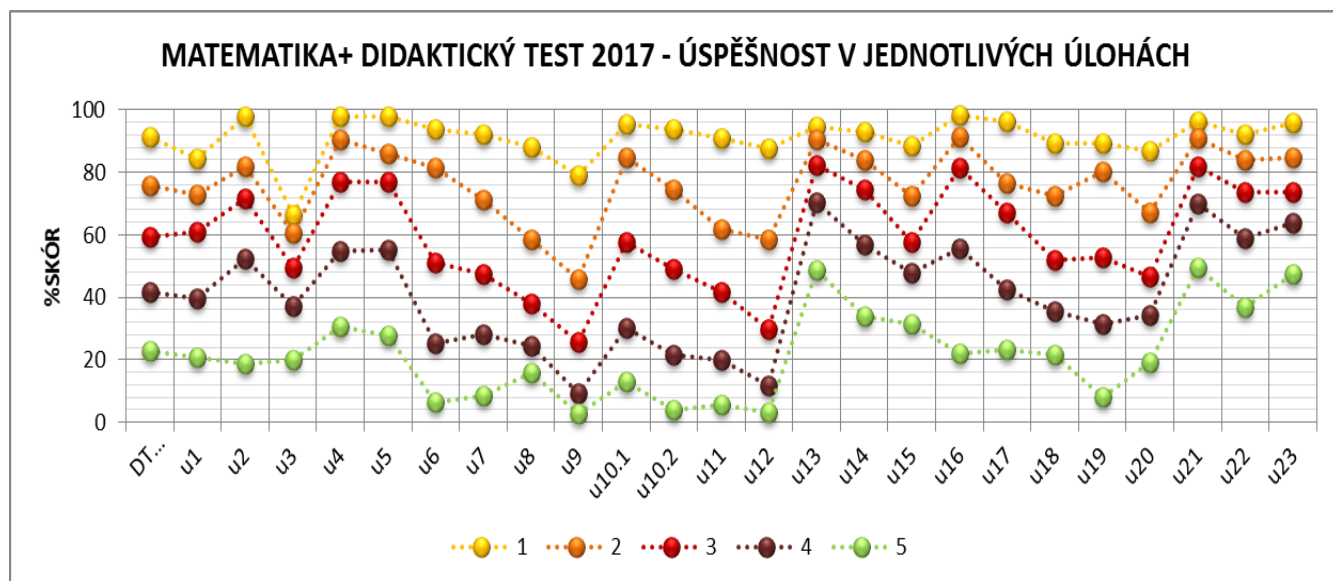
Didaktický test Matematika+

V testu jsou zastoupeny úlohy ze všech tematických celků, které jsou předmětem středoškolské výuky (číselné množiny, algebraické výrazy, rovnice a nerovnice, funkce, posloupnosti, planimetrie, stereometrie, analytická geometrie, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika). Do didaktického testu bylo zařazeno i několik úloh, jejichž řešení předpokládá nejen velmi dobré osvojení učiva, ale i schopnost přemýšlet. V těchto úlohách se nejvýrazněji odliší jedničkáři od ostatních řešitelů.

Do testu bylo zařazeno přiměřené množství otevřených úloh (1–12), za něž lze získat 25 bodů z 50 bodů za test.

V testu jsou zastoupeny úlohy různé obtížnosti – jsou zde úlohy základní obtížnosti, většina úloh je standardní obtížnosti a nejmenší počet úloh je nadstandardní obtížnosti. Tyto úlohy jsou určeny nadanějším studentům, tedy rozlišují mezi žáky, kteří mají z testu výslednou známku 1.

Následující grafy zobrazují úspěšnosti skupin žáků v jednotlivých úlohách. V prvním grafu jsou žáci rozdělení do skupin podle získané známky, v druhém jsou pak zařazeni podle oboru střední školy.



Ukázky úloh s komentářem a výstupy z položkové analýzy

Abychom naznačili rozdíly v úlohách didaktického testu z matematiky ve společné části maturitní zkoušky a didaktického testu Matematika+, uvedeme stručný komentář u jednotlivých úloh.

Každou úlohu lze zařadit do jedné ze tří kategorií obtížnosti – základní, standardní nebo nadstandardní. K úlohám připojíme průměrnou úspěšnost v úloze u žáků gymnázií, lyceí, technických škol, ostatních účastníků a průměrnou úspěšnost všech účastníků.

1 bod

- 1** Množinu všech dělitelů čísla 12 označme A.
Množinu všech reálných čísel, pro která platí $0 < |x - 4| \leq 2$, označme B.

Určete $A \cap B$.

Tematický celek		Číselné obory			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	53,3 %	33,1 %	27,9 %	15,6 %	47,0 %

Jedná se o úlohu základní obtížnosti. Obě množiny A, B je možné zobrazit na číselné ose a poté úlohu vyřešit v několika krocích.

Řešitel musí být mj. obeznámen s řešením jednoduché nerovnice s absolutní hodnotou, což patří k běžnému učivu obsaženému v RVP pro gymnázia, rovněž v ŠVP technických odborných škol, ale nenajdeme je v Katalogu požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky.

Relativně nízká úspěšnost úlohy může být důsledkem toho, že se v předmaturitním opakování stále častěji opomíjí standardní učivo, které není součástí požadavků ke společné části MZ, a to bez ohledu na RVP (ŠVP).

max. 2 body

- 2 Pro $n \in \mathbb{N}$ upravte výraz:**
 $(n^0 + 2n^{-1} + n^{-2}) \cdot (n + 1)^{-1} =$

Tematický celek		Algebraické výrazy			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	62,6 %	40,4 %	31,1 %	15,6 %	54,9 %

Výraz, který lze zařadit i do společné části MZ, je klasifikován jako úloha základní obtížnosti. Žáci přihlášení ke zkoušce Matematika+ zpravidla míří na vysoké školy technického, ekonomického, matematického či přírodovědného zaměření. Pokud po 13 letech studia nezvládnou ani úlohu tohoto typu, nemají předpoklady k úspěšnému zvládnutí výuky matematiky na vysoké škole.

max. 2 body

3 Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbf{R}$ a parametrem $a \in \mathbf{R}$:

$$3x^2 - 6x = ax^2 - 1$$

Určete všechny hodnoty parametru a , pro něž má rovnice právě jedno řešení.

Tematický celek		Algebraické rovnice a nerovnice			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	44,6 %	28,8 %	27,9 %	31,3 %	40,5 %

Rovnice s parametrem je úloha standardní obtížnosti. Donedávna patřila k běžným „školským“ úlohám. I méně přemýšlivý žák si při výuce může osvojit klasickou metodu řešení pomocí diskriminantu kvadratické rovnice, hloubavější žák se může vydat také jinou cestou, např. použije řešení užitím funkcí. Obdobné úlohy bývají zadávány v uzavřené formě v přijímacích testech na VŠ.

Úlohu vyřešilo bezchybně necelých 11 % žáků. Častým nedostatkem bylo chybějící řešení s nulovou hodnotou parametru. Je vidět, že úlohy s parametrem se probírají jen okrajově v seminářích.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Kladná čísla g, h se liší o 33. Číslo g je o 20 % větší než neznámé číslo x , neznámé číslo x je o 20 % větší než číslo h .

(CZVV)

max. 2 body

4 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete neznámé číslo x .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Algebraické rovnice a nerovnice			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	65,4 %	51,2 %	49,5 %	37,5 %	61,2 %

Uvedenou slovní úlohu základní obtížnosti by bylo možné použít ve společné části MZ. V podstatě se jedná o učivo ZŠ. Z výsledků je vidět, že zhruba dvě pětiny řešitelů (řádoby budoucích vysokoškoláků na technickém oboru) mají problém se sestavením slovně zadaného výrazu, resp. rovnice.

5 V oboru $\mathbb{R}$ řešte:

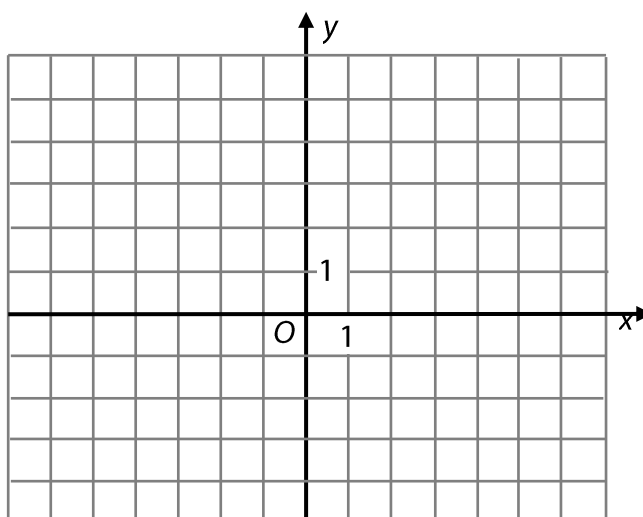
$$\log_3 x + \log_3 \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{3}} 3 + 1$$

Tematický celek	Funkce				
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	66,1 %	42,3 %	41,0 %	53,1 %	60,0 %

Logaritmická rovnice základní obtížnosti patří k neúspěšnějším úlohám v testu. Slabším žákům usnadní řešení možnost používání kalkulačky pro výpočet pravé strany rovnice.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Kvadratická funkce f je sudá,
 $f(1) = 1$
 a graf funkce f má právě jeden
 společný bod s grafem funkce
 $g: y = \cos x - 2$.



(CZVV)

1 bod

6 Zapište předpis funkce f .

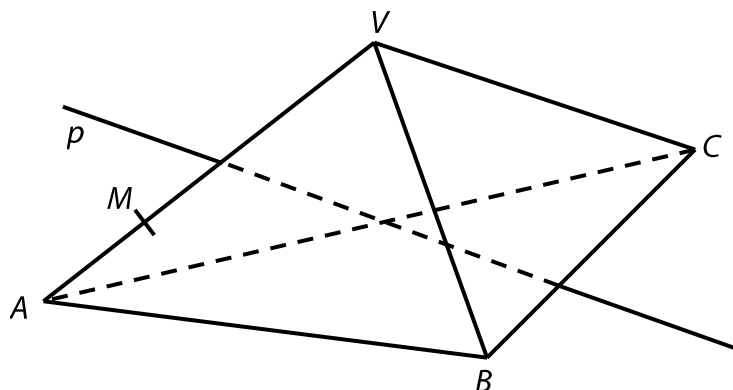
Tematický celek	Funkce				
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	44,8 %	22,3 %	17,8 %	6,3 %	38,0 %

Úloha standardní obtížnosti předpokládá propojení základních vědomostí z několika oblastí – vlastnosti funkcí, goniometrické a kvadratické funkce, grafy funkcí. Jedná se o otevřenou úlohu testující produktivní dovednosti žáka. Má-li žák zažity potřebné vědomosti, řešení úlohy je celkem snadné a rychlé. Podprůměrná úspěšnost svědčí o tom, že školní výuka pravděpodobně dostatečně nedbá na propojování vědomostí z příbuzných oblastí.

Úloha má vysokou korelaci s výsledkem celého testu a vysokou diskriminaci (velmi dobře rozliší dobré a slabé žáky v testu).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V trojbokém jehlanu $ABCV$ je na hraně AV umístěn bod M . Přímka p leží v rovině ABC .



(CZVV)

max. 2 body

7 Sestrojte řez jehlanu $ABCV$ rovinou pM .

Vrcholy mnohoúhelníku tvořícího řez označte $M, N, O, \dots$ a řez vyšrafujte.

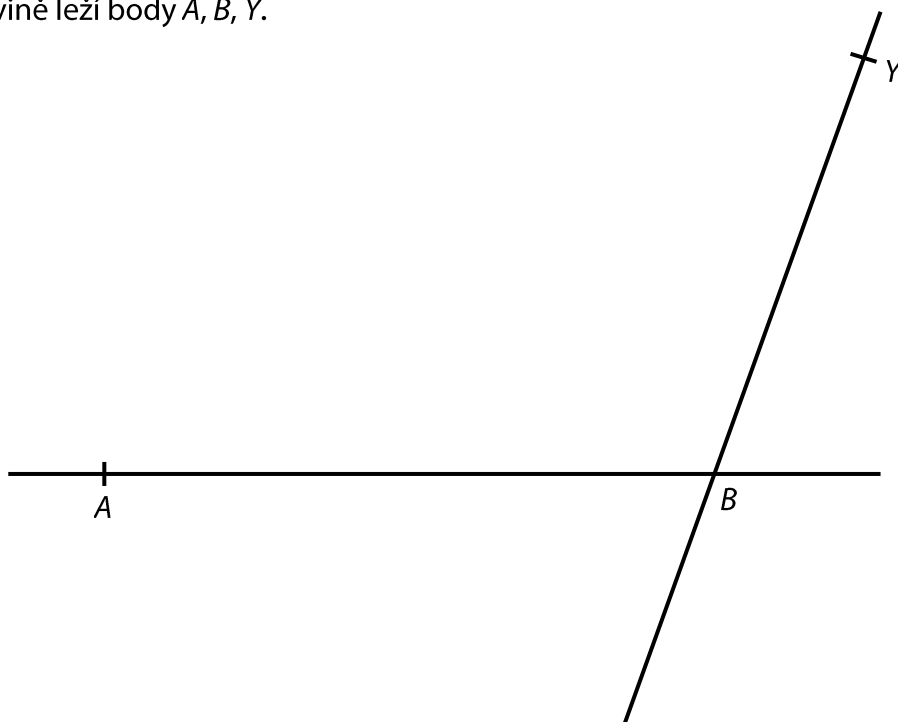
V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

Tematický celek		Stereometrie			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	45,4 %	28,8 %	7,3 %	4,7 %	37,1 %

Úloha standardní obtížnosti vyžadující základní znalosti ze stereometrie. Jde o typickou polohovou úlohu, která odpovídá učivu obsaženému mj. v RVP pro gymnázia. Překvapivá je zejména velmi nízká úspěšnost u průmyslovek, kde mají obdobné úlohy zařazené v deskriptivní geometrii, v matematice je proto zřejmě opomíjejí. Učivo není součástí Katalogu požadavků z matematiky pro společnou část M.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body A, B, Y .



(CZVV)

max. 3 body

- 8** Vrchol C lichoběžníku $ABCD$ se základnami AB a CD leží na polopřímce BY , úhly BCD a ADB mají stejnou velikost a výška v lichoběžníku je polovinou délky strany AB .
- 8.1** Vytvořte náčrtek lichoběžníku $ABCD$ a proveďte rozbor nebo popis konstrukce chybějících vrcholů C, D .
- 8.2** V obrázku sestrojte chybějící vrcholy C, D lichoběžníku $ABCD$ a lichoběžník narýsujte. Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky **propisovací tužkou**.

Tematický celek		Planimetrie			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	40,1 %	19,0 %	13,0 %	18,8 %	33,7 %

Konstrukční úlohy z planimetrie patří tradičně k méně úspěšným úlohám. Žáci přicházející ze základní školy mívají zpravidla slabé základy z této oblasti (doznívající vliv komerčních testů používaných relativně dlouho u přijímacích zkoušek) a na střední škole nemusí být dost prostoru k dodatečnému vybudování potřebných dovedností.

9 Deseticiferné číslo má být sestaveno ze stejného počtu pětiek a nul.

Vypočtete, kolik různých lichých čísel lze uvedeným způsobem sestavit.

V záznamovém archu uveďte stručný postup řešení.

Tematický celek	Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika				
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	25,3 %	3,1 %	8,6 %	3,1 %	20,6 %

Přestože se jedná o relativně schůdnou úlohu z kombinatoriky, výsledky žáků v této úloze jsou velmi slabé. Obecně lze říci, že kombinatorika žákům činí potíže. Ve výuce se obvykle řeší učebnicové úlohy související s konkrétním a předem daným kombinatorickým problémem, k němuž žáci znají příslušné vzorce. Sami mají malou zkušenost s odvozováním pravidel a v úlohách, které nepatří k učebnicovým, si zpravidla nevěří.

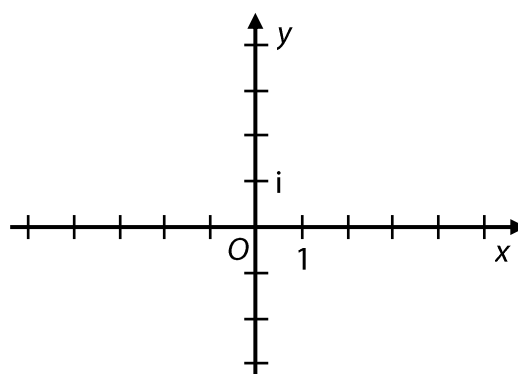
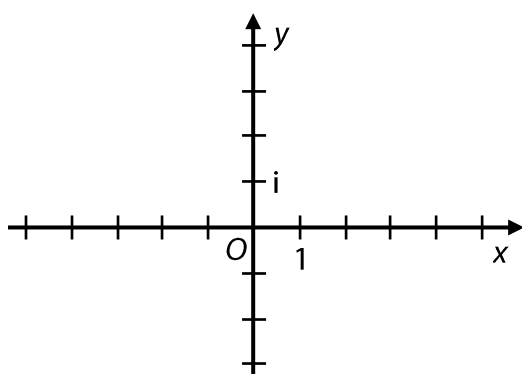
max. 2 body

10 V Gaussově rovině zobrazte množinu všech komplexních čísel z , pro něž platí:

$$|z| = |-3i|$$

$$10.2 \quad z + \bar{z} = -2$$

(z a $\bar{z}$ jsou komplexní sdružená čísla)



V záznamovém archu obtáhněte množiny propisovací tužkou.

Tematický celek	Číselné obory				
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	51,1 %	27,7 %	19,4 %	6,3 %	43,4 %
	41,7 %	17,7 %	15,2 %	3,1 %	34,9 %

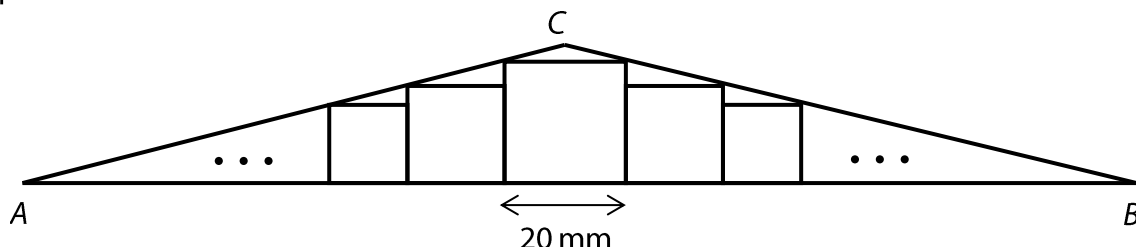
Učivo s komplexními čísly se na řadě škol přesunulo do seminářů, i když aplikace tohoto učiva nalézáme i na SŠ v dalších odborných předmětech (elektrotechnika, fyzika) a vysoké školy mívají toto téma tradičně v testech u přijímacích zkoušek. V některých školách se s komplexními čísly žáci seznamují jen informativně, např. v rámci programu projektových dnů.

První část úlohy je základní obtížnosti, druhá část je o něco těžší a lze ji přiřadit k úlohám standardní obtížnosti. Úloha 10 má vysokou diskriminaci.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Do rovnoramenného trojúhelníku ABC je vepsáno nekonečně mnoho čtverců. Jedna strana každého čtverce leží na základně AB trojúhelníku. Čtverce se vzájemně dotýkají.

Největší čtverec s délkou strany 20 mm je umístěn tak, že osa trojúhelníku je současně osou čtverce. Každé dva sousední čtverce mají jeden společný vrchol a délky jejich stran jsou v poměru 5 : 4.



(CZVV)

max. 3 body

11 Vypočtete v mm^2 obsah trojúhelníku ABC .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Tematický celek		Posloupnosti, případně planimetrie			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	34,3 %	25,1 %	21,2 %	24,0 %	31,2 %

Jde o široce otevřenou úlohu standardní až nadstandardní obtížnosti, kterou bylo možné řešit různými způsoby. Jedná se o netradiční úlohu. Při hodnocení úlohy nebyl žádný z postupů preferován před ostatními. Někteří žáci využívali posloupností, jiní planimetrii, případně funkce. Téměř 60 % žáků nevědělo, jak má úlohu řešit, naopak 24 % žáků vyřešilo úlohu bezchybně.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Posloupnost obsahuje n po sobě jdoucích celých čísel $a_1, a_2, \dots, a_n$, z nichž nejmenší je a_1 .

Platí: $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n$, kde $n \in \mathbf{N}$.

(CZVV)

max. 4 body

12

12.1 Pro $n = 15$ vypočtete a_1 .

12.2 Určete n , jestliže je $a_1 = -20$.

12.3 Vyjádřete a_1 v závislosti na n a uveďte množinu všech n , pro něž daná posloupnost existuje.

Ve všech částech úlohy 12 uveďte v záznamovém archu celý postup řešení.

Tematický celek		Posloupnosti			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	28,9 %	10,0 %	12,7 %	5,5 %	24,4 %

Široce otevřená netradičně zadaná úloha. Žáci měli v první části možnost řešit úlohu s konkrétními čísly, poté se očekávalo jisté zobecnění. Zhruba 60 % žáků úlohu nedokázalo řešit. Bezchybně úlohu vyřešilo necelých 8 % žáků.

Úlohy 11 a 12 patří k těm, které odliší nadanější žáky. Úloha 12 má ze všech úloh nejvyšší korelaci s výsledkem celého testu.

max. 3 body

13 Přiřadte ke každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru R.

13.1 $\frac{3-x}{9-x^2} \geq 0$ _____

13.2 $\sqrt{9x-27} = 3 \cdot \sqrt{x-3}$ _____

13.3 $125 \leq 0,2^{x-6}$ _____

- A) $\langle 3; +\infty \rangle$
- B) $(3; +\infty)$
- C) $(-\infty; 3)$
- D) $(-\infty; 3)$
- E) $(-3; 3) \cup (3; +\infty)$
- F) jiná množina

Tematický celek		Posloupnosti			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	74,8 %	60,8 %	63,8 %	56,3 %	71,6 %

Jde o typickou školní úlohu základní až standardní obtížnosti. Ani tuto úlohu by nebylo možné zařadit do testu ve společné části maturit.

Typově se jedná o svazek uzavřených úloh. Všechny uzavřené úlohy mají o něco vyšší úspěšnost díky náhodnému skóre. Čím obtížnější je uzavřená úloha, tím více se na celkové úspěšnosti podílí náhoda.

max. 3 body

14 Je dán bod $A[4; 1]$ a dvě kružnice:

$$k: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

$$l: (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

Ke každé otázce (14.1–14.3) přiřadte správnou odpověď (A–F).

Kolik společných bodů mají kružnice k a l ? _____

Kolik společných tečen mají kružnice k a l ? _____

Kolik tečen lze vést ke kružnici l z bodu A ? _____

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4
- F) jiný počet

Tematický celek		Analytická geometrie.			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	65,2 %	58,2 %	43,8 %	47,9 %	60,8 %

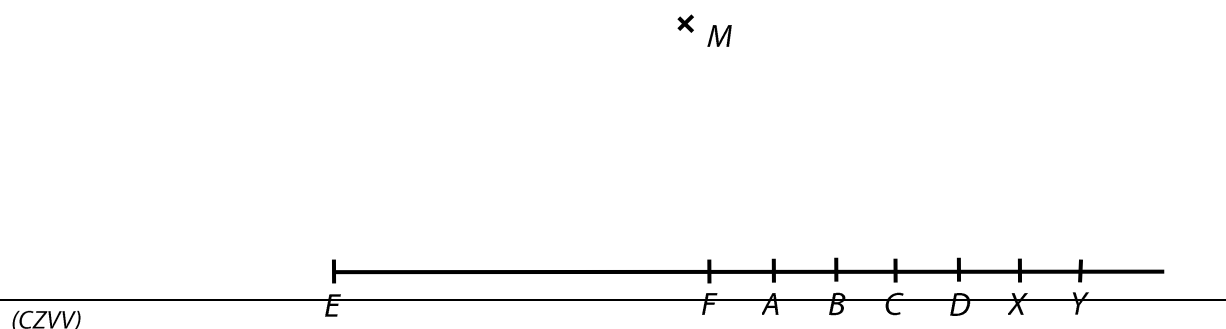
Úloha standardní obtížnosti, která sleduje, zdali žáci rozumí algebraickým zápisům vyjadřujícím kuželosečky (v daném případě kružnice), zdali umí danou kuželosečku zobrazit v soustavě souřadnic a případně dopočítat další údaje (vzdálenost dvou bodů). Další nutné úvahy z oblasti planimetrie jsou v této úloze spíše na úrovni matematické gramotnosti středoškoláka.

Oba svazky (úloha 13 a 14) mají relativně vyšší korelaci s výsledkem v testu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Na polopřímce EF leží body A, B, C, D, X, Y a mimo ni bod M .

Uvažujme elipsu s ohnisky E, F , která prochází bodem M .



2 body

15 Kde se nachází průsečík elipsy a polopřímky EY ?

Doporučení: Řešte v obrázku konstrukčně.

- A) na úsečce AB
- B) na úsečce BC
- C) na úsečce CD
- D) na úsečce DX
- E) na polopřímce XY

Tematický celek		Analytická geometrie.			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	52,3 %	60,0 %	46,0 %	40,6 %	51,6 %

Jde o jedinou úlohu, v níž uspěli lépe než gymnazisté žáci z průmyslových škol. Pravděpodobně si díky předmětu deskriptivní geometrie lépe osvojili užití definice elipsy při její konstrukci. Pro některé žáky, kteří mají elipsu tzv. „v oku“, bylo pravděpodobně jednodušší i možné tipování správného výsledku.

2 body

16 Tři přímky p, q a r jsou vzájemně rovnoběžné.

Přímka p prochází body $A[3; -1]$ a $B[4; 1]$,

$q: ax - 2y + 3 = 0; a \in \mathbf{R}$,

$r: y = bx - 1; b \in \mathbf{R}$.

Jaký je součet $a + b$?

- A) -2
- B) 0
- C) 3,5
- D) 5,5
- E) 6

Tematický celek		Analytická geometrie.			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	65,3 %	45,4 %	47,0 %	37,5 %	60,4 %

Úloha z analytické geometrie, v níž gymnazisté opět „odskočili“ žákům z ostatních škol, vyžaduje porozumění parametrům v zápisu přímky v analytické geometrii. Opět jde o úlohu standardní obtížnosti. Tato úloha vykazovala relativně vysokou korelaci s výsledkem v testu a velmi vysokou diskriminaci.

2 body

17 Pro $n \in \mathbf{N}$ a $x, y \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ je dán výraz:

$$V = (-1)^{2n+3} \cdot x^{4n-2} \cdot y^{6n+3}$$

$V > 0$, právě když platí:

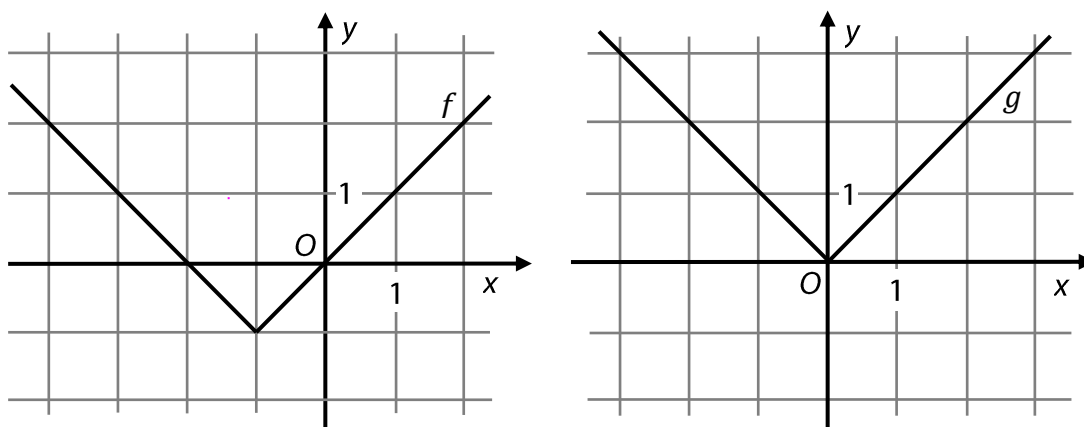
- A) $x < 0$
- B) $x > 0$
- C) $y < 0$
- D) $y > 0$
- E) $x \cdot y < 0$

Tematický celek		Algebraické výrazy			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	56,4 %	36,2 %	37,5 %	28,1 %	51,3 %

Úloha standardní obtížnosti pracuje pouze se sudými a lichými mocninami záporného čísla. Nejobtížnější je uvědomit si právě tuto skutečnost.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou sestrojeny grafy funkcí f a g s definičním oborem $\mathbb{R}$.



(CZVV)

2 body

18 Která z následujících rovností platí pro všechna $x \in \mathbb{R}$?

- A) $g(x) = f(x - 1) - 1$
- B) $g(x) = f(x + 1) - 1$
- C) $g(x) = f(x + 1) + 1$
- D) $g(x) = f(x - 1) + 1$
- E) $g(x) = f(x) + \sqrt{2}$

Tematický celek		Funkce			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	46,7 %	40,0 %	35,6 %	18,8 %	43,9 %

Jde o méně typickou úlohu. Grafy funkcí jsou obrazem a vzorem v posunutí, které je nutné přechít v obecném zápisu funkce. Určitá část žáků se s obecným zápisem složené funkce možná nikdy nesetkala, a proto správný výsledek spíše tipovala.

19 Kolik řešení má rovnice $\operatorname{tg} 2x = 0$ v oboru $\langle 0; 2\pi \rangle$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 5

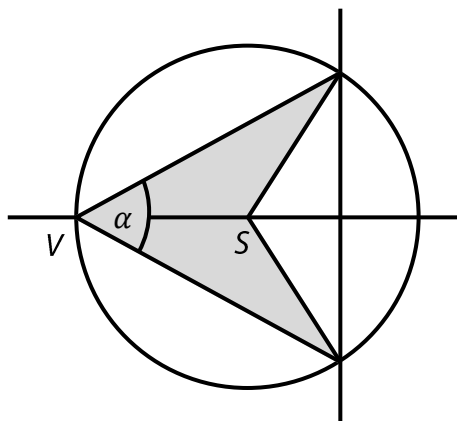
Tematický celek		Funkce			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	43,6 %	33,1 %	30,2 %	31,3 %	40,4 %

Překvapivá je nízká úspěšnost v úloze základní obtížnosti. Pro některé žáky je schůdné určit alespoň jeden kořen v oboru R , případně zapsat obecně množinu všech řešení v oboru R . Je otázkou, proč si neporadí se zadaným oborem. Možná jsou spíše zvyklí na rovnice s funkcí sinus, kde bývají zpravidla 2 řešení, což byla nejčastěji vybíraná chybná alternativa.

Úloha měla relativně vysokou korelaci s výsledkem v celém testu. Rovněž má výtečnou diskriminaci. (Uzavřené úlohy korelují v průměru méně s výsledkem testu než otevřené úlohy.)

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do kružnice se středem S a poloměrem 10 cm je vepsán tmavý osově souměrný obrazec. Pro velikost jeho vnitřního úhlu při vrcholu V platí: $\cos \alpha = 0,6$.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je obsah tmavého obrazce?

- A) menší než 60 cm^2
- B) 60 cm^2
- C) 75 cm^2
- D) 80 cm^2
- E) větší než 80 cm^2

Tematický celek		Planimetrie			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	41,2 %	41,5 %	39,4 %	31,3 %	40,7 %

Jde o méně obvyklé zadání úlohy, kterou lze řešit odlišnými způsoby. Mnohé žáky od řešení mohl odradit fakt, že stejnou úlohu pravděpodobně nikdy neřešili. Přesto jde o úlohu standardní obtížnosti.

- 21** Velikosti ostrých úhlů v pravoúhlém trojúhelníku jsou v poměru 3 : 4. Kratší odvěsna měří 100 cm.

Kolik cm měří delší odvěsna?

Výsledek v cm je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) 125 cm
- B) 133 cm
- C) 141 cm
- D) 150 cm
- E) jiný počet cm

Tematický celek		Planimetrie			
Úspěšnost	Gymnázia	Lycea	ST1	Ostatní	Celkem
	74,6 %	63,8 %	62,9 %	75,0 %	71,9 %

Tuto úlohu základní obtížnosti by bylo možné zařadit i do testu z matematiky ve společné části MZ. Nejčastější chybou bylo pravděpodobně nepozorné čtení, kdy řešitel ve vyjadřování poměru zaměnil velikosti úhlů s délkami stran. V případě úmyslné záměny se jedná o fatální chybu.

Závěr

Část výuky matematiky se dnes přesunuje do seminářů. Nebudou-li se do nich žáci aktivně hlásit, ztratí v podstatě možnost bez absolvování přípravného kurzu úspěšně studovat na vysoké škole technického zaměření. Lze předpokládat, že zájem žáků o Matematiku+ může tento trend zvrátit. Motivovaní žáci mohou být zároveň oporou i pro středoškolské učitele matematiky, jejichž role je dnes nelehká. Zlepšení vědomostí a dovedností žáků by vysokým školám rozhodně přineslo znatelné zvýšení efektivity výuky.

Jedničky získávají v obou zkouškách (z matematiky ve společné části MZ a v Matematice+) chytrí a dobře připravení žáci.

V Matematice+ získávají dvojky a trojky buď chytrí žáci, kteří studují na středních školách s méně náročnou výukou matematiky (nižší hodinová dotace apod.), nebo žáci z dobrých škol, kteří se na zkoušku nepřipravovali tak pečlivě, a proto mají dílčí nedostatky, nebo i méně nadaní, ale pečliví žáci s poměrně kvalitní přípravou, kterým dělají problémy některé komplexní úlohy nebo úlohy s nadstandardní obtížností. Přesto bývají vědomosti žáků této skupiny na vyšší úrovni než u žáků, kteří mají ve společné části MZ velmi dobré výsledky, ale na Matematiku+ si netroufají.

Výtečné výsledky ve zkoušce Matematika+ garantují kvalitu uchazeče, což vysoké školy mohou zohlednit např. zařazením uchazečů do elitních studijních programů již od počátku studia.

Zhodnocení pilotního projektu

Shrnutí

Ve čtvrtém ročníku pokusného ověřování se ke zkoušce Matematika+ přihlásilo 2 167 žáků. Zkoušku nakonec konalo 1 870 žáků, z nichž 1 381 uspělo a 489 neuspělo.

Čistá neúspěšnost dosáhla hodnoty 26,1 % a hrubá neúspěšnost 36,3 %. Nejnižší neúspěšnost vykazali žáci osmiletých gymnázií (12,8 %). Čistá neúspěšnost například žáků SOŠ technických pak byla 50,2 %.

V roce 2017 v testu z MA+ žáci v průměru získali 24,26 bodu z 50 možných, což je 48,52 %. Ve srovnání s rokem 2016 (26,93 bodu) to bylo o 2,67 bodu méně. Čistá neúspěšnost se v roce 2017 zvýšila o 7,8 procentního bodu. Příčinou rozdílných výsledků může být změna způsobu realizace zkoušky. V roce 2016 se žáci k MA+ přihlašovali řediteli školy, zkouška se konala na kmenových školách a výsledek zkoušky byl zapsán na maturitním vysvědčení. Zkoušku konalo skoro 94 % přihlášených. V roce 2017 se žáci přihlašovali sami prostřednictvím aplikace, zkouška se konala na spádových školách a výsledek zkoušky nebyl uveden na maturitním vysvědčení. Ke zkoušce přišlo 86 % přihlášených. Na jedné straně si pravděpodobně šli zkoušku „zkusit“ i slabší žáci, na straně druhé kvůli horší dopravní dostupnosti a tomu, že se nemusela omlouvat absence, část žáků ke zkoušce nedorazila. Navíc kvůli způsobu přihlašování byla pravděpodobně ponížena motivační role vyučujících.

Znovu se ukázalo, že v rámci maturitní populace existují žáci, kteří mají potenciál a vůli zkoušku obdobné náročnosti zvládnout. Samozřejmě významnou roli v rozhodování hrají vnější motivační faktory, zejména přístup vysokých škol k akceptaci zkoušky Matematika+ v rámci přijímacích řízení. Zvýšený počet fakult a vysokých škol deklarujících zařazení výsledků zkoušky do přijímacích kritérií či podmínek pro motivační stipendia může dále vytvářet potenciál pro růst zájemců o absolvování zkoušky.

Předpokládáme, že zájem žáků (letos 3,1 % ze všech žáků přihlášených k řádnému termínu MZ) v budoucnu poroste. Dobrým příslibem je fakt, že školy, které projekt dosud využily, jej i nadále podporují. Zatím největším negativem pro širší zapojení vysokých škol byla obava, resp. nejistota, zdali bude projekt ze strany státu trvale podporován.

Naplnění cílů

Na základě zhodnocení čtvrtého ročníku pokusného ověřování lze konstatovat, že se základní záměry daří naplňovat.

Centrum stejně jako v předchozích letech připravilo výběrovou zkoušku ze středoškolského učiva matematiky, která je schopna ověřit dovednosti a vědomosti žáků na úrovni očekávaných výstupů a učiva podle deklarovaných rámcových vzdělávacích programů oborů středního vzdělání, jež mají vyšší než desetihodinovou týdenní dotaci výuky matematiky po dobu vzdělávání.

Diskuse k míře naplnění základních cílů je provedena jednotlivě u každého stanoveného cíle v následujícím textu:

- a) podpořit matematické, technické a přírodovědné vzdělávání v souladu s dokumenty *Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2020* a *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na léta 2011*;

Vyhodnocení:

I přesto, že se nepodařilo dosáhnout původního záměru instalovat zkoušku Matematika+ do portfolia nepovinných zkoušek profilové části maturitní zkoušky, nedošlo k významnému poklesu zájmu o její absolvování. Zájem maturantů byl podporován příklonem stále většího počtu vysokých škol k využití výsledků této výběrové zkoušky jako kritérií pro přijímání ke studiu či přiznání motivačních stipendií. Veřejné vysoké školy s technickým, přírodovědným a matematickým zaměřením již dlouhodobě postrádají záruku, že středoškolák se při výuce matematiky na střední škole může dopracovat na požadovanou úroveň uchazeče o studium na vysoké škole. Proto přicházejí s doporučením akceptovat úroveň stanovenou Katalogem požadavků ke zkoušce Matematika+. Zájem maturantů zůstal zachován i přesto, že se konala na tzv. spádových školách, a ne na jejich školách kmenových jako v letech minulých.

- b) motivovat žáky a jejich učitele ke zvýšenému úsilí dosahovat takových vědomostí a dovedností v oblasti matematického vzdělávání, jež odpovídají očekávaným výstupům podle Rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia a podle rámcových vzdělávacích programů dalších oborů vzdělání, které mají alespoň desetihodinovou týdenní dotaci výuky matematiky po dobu středního vzdělávání;

Vyhodnocení:

Matematika+ si podržela výrazný motivační potenciál pro zvýšení kvality vzdělávání v matematice. Míra motivace je však silně závislá na participaci vysokých škol. Z vývoje zájmu vysokých škol na využití výsledků zkoušky se dá soudit, že vnímají prospěšnost nabídky takovéto výběrové zkoušky. Chápou, že úspěšné absolvování Matematiky+ je pro ně zárukou úspěšného startu studenta ve studiu na vysoké škole.

- c) podpořit kvalitu výuky v oblasti matematického vzdělávání a nabídnout mimořádně nadaným žákům zkoušku na úrovni jejich schopností; zastavit trend klesající připravenosti uchazečů o vysokoškolské studium matematických a technických oborů;

Vyhodnocení:

Didaktické testy zkoušky Matematika+ znovu i v roce 2017 prokázaly schopnost být skutečně vhodným nástrojem pro výběrovou zkoušku, která je výzvou všem žákům středních škol s maturitními obory vzdělání. Sama o sobě však nemůže zastavit trend klesající připravenosti uchazečů o vysokoškolské studium matematických a technických oborů. Matematika+ nabízí šanci. K jejímu využití však musí přispět především vysoké školy a učitelé středních škol. Centrum proto poskytuje pravidelně vysokým školám strukturované informace a vybízí jejich představitele k zamyšlení nad možnostmi využití výsledků pro kvalitnější výběr studentů v rámci přijímacích řízení a tím i k podpoře kvalitnějšího vzdělávání v matematice ve středních školách.

- d) potvrdit využitelnost zkoušky Matematika+ jako jednoho ze závazných kritérií přijímacího řízení ke studiu na VŠ či kritéria pro motivační stipendijní programy;

Vyhodnocení:

V roce 2017 deklarovala využití výsledků zkoušky Matematika+ jako součásti kritérií přijímacího řízení nebo kritérií pro motivační stipendijní programy řada vysokých škol a fakult. Úroveň stanovenou Katalogem požadavků ke zkoušce Matematika+ již akceptuje mnoho oborů veřejných vysokých škol, které v přijímacím řízení nekonají přijímací zkoušky. Na svých

internetových stránkách doporučují budoucím uchazečům, aby se na střední škole v matematice na dané úrovni připravili.

- e) na základě průběžného kvalitativního vyhodnocení výsledků maturitní zkoušky formulovat případné úpravy kurikula, metod a podmínek vyučování matematiky na středních školách.

Vyhodnocení:

Z poznatků získaných v rámci realizace zkoušky Matematika+ a zejména pak z informací získaných při pilotážích testových úloh plyne především doporučení užívat ve výuce takové metody, které umožňují učivo v potřebném rozsahu procvičit a upevnit. Z pilotáží je patrné, že zejména na odborných školách nemá vyučující matematiky potřebný prostor k efektivní výuce. V důsledku časové tísně je nucen uchýlit se k „hutnému“ výkladu, který je pro žáky na dané úrovni spíše odrazující než přínosný.

Zdá se, že není efektivní zatěžovat výuku matematiky s běžnou hodinovou dotací a určenou všem studentům požadavky v maximalistickém rozsahu. Jeví se vhodnější, aby výuku na vyšší úrovni a celkově i s vyšší hodinovou dotací matematiky mohli absolvovat právě žáci se zájmem o budoucí studium na vysokých školách s technickým a přírodovědným zaměřením. Těmto žákům je třeba nabídnout v základní výuce nebo v seminářích možnost dosáhnout úrovně stanovené Katalogem požadavků k Matematice+.

Ekonomika

Rozpočtové krytí pokusného ověřování bylo zajištěno prostřednictvím rozvojového programu.

Rozpočet

V roce 2017 se konala zkouška Matematika+ v jarním zkušebním období.

Rozpočet účelového úkolu Matematika+ byl pro rok 2017 rozepsán ve výši 1 332 305 Kč, jak je uvedeno v následující tabulce ve sloupci „Rozpočet“.

Celkové čerpání prostředků na tento úkol v roce 2017 je uvedeno ve sloupci „Matematika+ náklady do 30. 9. 2017“.

Ukazatel	Rozpočet 2017 (upravený)	Matematika+ náklady do 30. 9. 2017	Zbývá na 4. čtvrtletí 2017
Náklady celkem	1 332 305	1 183 791	148 514
Mzdové prostředky	530 000	470 688	59 312
z toho: platy	0	0	0
OON	530 000	470 688	59 312
FKSP (2 %)	0	0	0
OBV	802 305	713 103	89 202
Provozní běžné výdaje	683 305	659 398	23 907
Zákonné odvody	119 000	53 705	65 295

Součástí rozpočtu jsou i náklady přípravy zkušební dokumentace pro zkoušku v roce 2018. Čerpání rozpočtu bude tedy v průběhu posledního čtvrtletí roku 2017 pokračovat.

Perspektiva – další postup pokusného ověřování

Podle získaných informací v průběhu všech tří ročníků byla zkouška Matematika+ velmi dobře přijata odbornou veřejností, a to především učiteli středních škol, žáky, kteří vnímají matematiku pozitivně, ale i Jednotou českých matematiků a fyziků (JČMF), která zastupuje širokou matematickou obec. Zejména kvalitní středoškolské učitelé dosáhli jistého zadostiučinění, že jejich snaha o udržení kvality ve vzdělávání byla konečně podpořena. Velmi významné je zejména to, že podpora přichází z MŠMT.

Rokem 2017 navázalo pokusné ověřování na úspěšné tříleté období let 2014 až 2016. Režimově se však zkouška vrátila k modelu roku 2014 pokusného ověřování, liší se jen termínem jejího konání. Zkouška se uskuteční vždy v posledním dnu jednotného zkušební schématu jarního termínu maturitní zkoušky. Z ekonomických důvodů je samotné testování realizováno na tzv. spádových školách. To však může pro některé maturanty představovat překážku, pro kterou se nakonec ke zkoušce nepřihlásí.

Hlavní směry rozvoje projektu:

1. Pro rok 2017 a následující budou všechny získané a uplatnitelné zkušenosti projektu využity pro efektivní a smysluplnou realizaci dalších ročníků pokusného ověřování zkoušky. Nadále bude diskutována možnost zařazení zkoušky do režimu zkoušek maturitních.

Přílohy

1. [Vyhlášení pokusného ověřování Matematika+](#)
2. [Katalog požadavků zkoušky Matematika+](#)
3. [Didaktický test Matematika+ 2017](#)